

Tesis

SOBRE EL TEMA:

.. "MÉTODO GONIOINTERFEROMÉTRICO PARA LA
MEDICIÓN DE ÍNDICES DE REFRACCIÓN O PEQUEÑOS ESPESORES
DE MATERIALES TRASLÚCIDOS".

PARA ASPIRAR AL GRADO DE

DOCTOR EN FÍSICA

PRESENTADA POR EL

Lic. JOSÉ JOAQUÍN LUNAZZI

DIRIGIDA POR EL

Dr. MARIO JOSÉ GARAVAGLIA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

JUNIO/JULIO DE 1975

TEMARIO

Antecedentes:

- 1- Importancia de la interferometría en las mediciones metro-lógicas de precisión.
- 2- Importancia de la interferometría en nuestro país.
- 3- Conveniencias del empleo del láser como fuente luminosa.
- 4- Evaluación de los métodos semejantes existentes.
- 5- Motivos que llevaron a la implementación del método gonio-interferométrico.

El método goniointerferométrico:

- 6- El interferómetro de Fabry-Perot.
 - 6.1 Generalidades.
 - 6.2 Interpretación del sistema de anillos característico.
 - 6.3 Consideraciones necesarias que determinan cuáles deben ser en una medición los valores de los parámetros intervinientes.
 - 6.4 Evaluación completa de la fineza espectral.
 - 6.5 Exactitud de la alineación entre las superficies reflectoras del interferómetro.
 - 6.6 Precisión con que se puede detectar el cambio j del número de orden interferencial.
 - 6.6.1 Precisión con que puede medirse j mediante los anillos de interferencia.
 - 6.6.2 Precisión con que puede medirse j mediante la detección fotoelectrónica en el ojo óptico del interferómetro.
 - 6.6.3 Requerimientos de estabilidad en la longitud de onda emitida.
 - 7- Colocación de un medio traslúcido en la cavidad interferométrica.
 - 7.1 Generalidades.
 - 7.2 Interferómetro de Fabry-Perot con una placa traslúcida en su interior.
 - 7.3 Cálculo del camino óptico recorrido dentro del interferómetro.
 - 7.4 Análisis de la fineza para incidencia al ángulo de Brewster.
 - 7.5 Apartamiento de la posición de paralelismo ideal entre las superficies de la lámina.
 - 8- Alineación del material traslúcido respecto del interferómetro.
 - 9- Alineación del goniómetro respecto de la placa.
 - 9.1 Análisis general de la rotación de la placa y de las condiciones de simetría existentes.
 - 9.2 Diferencia entre el camino óptico verdadero y el medido, debida a una desalineación placa-goniómetro.
 - 10- La medición de espesores.
 - 11- La medición de índices de refracción.
 - 12- La multiplicación del camino óptico por pasaje múltiple.
 - 13- Evaluación de los elementos requeridos para usar este método. Posibilidades y conveniencias de su aplicación a experiencias científicas y tecnológicas.
- Apéndice: a) Programa característico de la graficación por computador
b) Publicación realizada sobre el tema.

Agradecimientos

Tengo mucho que agradecer a quienes durante el transcurso de este trabajo me han ayudado de varias maneras:

A mi familia, por su apoyo, estímulo y ayuda permanentes, de cada día, de cada año.

Al Dr. Mario J. Garavaglia, quien con su espíritu amplio, abierto a todas las inquietudes, alentó mi vocación de indagar en estas técnicas, de aplicaciones muy promisorias pero casi desconocidas en nuestro país. Gracias a sus enseñanzas y compañerismo he podido superar los inconvenientes que presenta abrir caminos en un tema novedoso.

A los doctores E. Gallego Lluesma, A. A. Tagliaferri, J. A. E. Calatroni, M. J. Gallardo y C. A. Massone, con quienes compartí desde un principio el ambiente familiar del laboratorio, recibiendo ayuda y cordialidad. Por lo mismo agradezco a mis más recientes compañeros, el Lic. J. O. Tocho, el Ing. P. A. Laquidara y el Lic. H. Ranea Sandoval.

Al Lic. H. J. Rabal, compañero en varios años de tareas, a la Lic. L. Zerbino y a J. D. Enrique, por su entusiasmo juvenil tan saludable en el trabajo como prolífico en ideas, quienes seguramente seguirán un camino paralelo al mío en el que espero servirles de ayuda.

Al Dpto. de Física, lugar de trabajo que me brindó generosamente sus enseñanzas, bibliografía y ayuda general, salvando algunas dificultades propias de una institución universitaria.

A otras instituciones estatales como el Dpto. de Física del Instituto Nacional de Tecnología Industrial, por la hospitalidad que posibilitó parte de este trabajo; al Taller de Óptica de nuestro Observatorio Astronómico, por la construcción de finas piezas ópticas; y a otras pocas más con las que espero exista un mayor intercambio futuro de actividades.

Naturalmente, doy mi reconocimiento a las instituciones patrocinantes de esta tarea: la Universidad Nacional de La Plata, como institución principal que me albergó desde el comienzo de mi carrera y me sustentó, a través de la Facultad de Ciencias Exactas, desde 1969 a la fecha con un cargo docente, y con una beca de Iniciación a la Investigación durante los años 1970 y 1971. El Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas fue el que prosiguió sosteniendo mis tareas de investigación y me cuenta como becario desde el año 1972 a la fecha.

Aclaraciones:

Todos aquellos cálculos, esquemas e ideas que cito sin dar su origen provienen de una elaboración propia. Están recuadradas, subrayadas o destacadas de alguna manera las fórmulas y conclusiones más importantes. Las fotos son copia directa de tomas propias y todas las figuras tienen indicado su origen, empleando muchas veces para ello la sigla LEOL (Laboratorio de Espectroscopía, Óptica y Laser) junto con el año en que fueron confeccionadas.

En los elementos empleados se indica cuales son de fabricación nacional con la sigla (FN) y cuales, sin serlo, podrían fabricarse sin dificultad en el país (P.F.N.).

El manuscrito original tiene los símbolos y las fórmulas escritas con lápiz, al igual que las correcciones en las copias. Estas escrituras están recubiertas por una fina capa de laca acrílica especial.

La tapa es la ampliación del registro obtenido con luz de láser que emerge a distancia finita de un interferómetro de Michelson muy desalineado.

Las secciones 10, 11 y 13 son la esencia del trabajo y constituyen un resumen del mismo que aplican experimentalmente los conceptos obtenidos en las secciones 6, 7, 8 y 9.

Asimismo, la inclusión en el Apéndice de la publicación realizada en marzo de 1973 constituye un resumen completo en idioma inglés.

I. IMPORTANCIA DE LA INTERFEROMETRÍA EN LAS MEDICIONES METROLÓGICAS DE PRECISIÓN

La metrología mecánica abarca la medición de las magnitudes mecánicas, mediante cualesquiera medios. Si estos medios fuesen puramente mecánicos sus límites habrían estado perfectamente definidos aún antes del siglo pasado. Es conocida la menor distancia que puede resolver el ojo humano y también lo es el menor movimiento voluntario posible para el ser humano, siendo también hasta el presente ínfimas las posibilidades de mejorar ambos límites asociándolos a medios no humanos.

Naturalmente, y sin tanta filosofía, la metrología mecánica recurrió al auxilio de la óptica en cuanto ésta fue conocida, ya que una lente permite aumentar la capacidad de resolver pequeños detalles. No se puede precisar con exactitud cuándo se construyó la primera lente y los posteriores comienzos de la óptica geométrica, pero se puede ser más exacto al fijar el período inmediatamente anterior a Huyguens (1629-1695) como el del comienzo de la óptica ondulatoria.

Ya al trabajar con experiencias de difracción por una rendija se estaba vinculando la magnitud metrológica que llamaremos "ancho de la rendija", con la magnitud fundamentalmente óptica llamada longitud de onda de la luz, observando en dichas experiencias los fenómenos visibles y conjeturando los invisibles. En ese momento se accedió, teóricamente, casi al límite de la precisión obtenible mediante mediciones luminosas, siendo éste actualmente de no más de tres órdenes de magnitud por debajo del tamaño de la longitud de onda de la luz (REF. 1.1).

Esta longitud de onda mide unos $0,5 \mu\text{m}$, lo que debe tenerse en cuenta ya que el límite práctico de resolución para la óptica geométrica es, y no por casualidad, bien mayor que aquella. Podemos considerar además que en cantidades mecánicas del orden de los micrometros la influencia de los instrumentos mecánicos de medición es grande debido a su interacción con el objeto cuya

magnitud se mide, y sabremos entonces decidir cuándo una medición puramente mecánica deja de ser valedera y requiere del auxilio de la óptica geométrica o de la óptica ondulatoria.

No he mencionado aún aquí el aporte hecho a la metrología mecánica por el electromagnetismo y la electrónica, pero ello se debe a que, salvo algunas excepciones particulares (como la de la medición de la distancia entre dos placas necesariamente extensas de un capacitor), éstos le han servido en forma indirecta a través de la óptica, o mejorando aquel otro límite del menor movimiento voluntario humano (gracias a electroimanes o cristales piezoeléctricos, por ejemplo).

El descubrimiento del láser ha beneficiado a esta metrología dándole sencillez y versatilidad. Esto es así porque la gran longitud de coherencia que alcanza la emisión láser permite lograr fenómenos de interferencia aún con diferencias de camino óptico de muchos metros, y es posible entonces hacer mediciones en un rango que no era accesible mediante luz emitida espontáneamente. Esto permite, entre otras cosas, hacer verdadera interferencia múltiple por reflexiones en superficies con varios centímetros de separación.

Como veremos luego, la medición de índices de refracción también se beneficia con esto y, en general, toda la óptica se ha beneficiado con las propiedades de coherencia del láser, las que han dado lugar a la llamada "óptica coherente", la cual, si bien puede emplear lentes, se basa fundamentalmente en las propiedades ondulatorias de la luz y emplea dichas lentes de manera bien diferente a la de la óptica geométrica. El principio del desarrollo de la óptica coherente se debe a una técnica de reconstrucción de ondas denominada holografía, ideada por Dennis Gabor (Premio Nobel de Física 1972) y que actualmente permite la perfecta reconstrucción de una onda luminosa coherente sin el empleo de lentes.

Podemos concluir entonces que, al ser la interferometría la más importante de las técnicas que permiten mediciones no destructivas con precisiones bien mejores que el micrometro, no

puede ser olvidada en las aplicaciones de la metrología mecánica. Como ejemplo de esto diré que el metro patrón está definido gracias a mediciones interferométricas (REF. 1.2) y que son muchísimos los tipos de interferómetros en uso para control de bloques patrones de longitud, de superficies ópticas y metálicas, etc., sin dejar de mencionar el aporte hecho desde hace una década por la holografía interferométrica, que permitió lograr la interferometría de superficies difusoras en forma diferencial, reduciendo los requisitos de calidad óptica del interferómetro y consecuentemente su costo.

Finalmente mencionaré que existen técnicas tales como la interferometría a incidencia rasante y otras más recientes llamadas "de speckle", que pueden sustituir ventajosamente a técnicas mecánicas clásicas en el rango de mediciones de menor precisión. Ello se debe a que dichas técnicas no son tan altamente sensitivas como la interferometría convencional y pueden abarcar grandes superficies en una sola medición y hasta ser más útiles y sencillas de implementar que las tradicionales.

REFERENCIAS:

1.1 "A new interferometer capable of measuring small optical path differences"
Kinzly, App. Opt. V6 N1 p 137 Jan. 1967.

1.2 2.1

2 IMPORTANCIA DE LA INTERFEROMETRÍA EN NUESTRO PAÍS.

La interferometría es una rama de la óptica aún no desarrollada en nuestro país pose a que aspectos importantes del desarrollo industrial se verían beneficiados con sus aplicaciones; tampoco en las experiencias científicas nacionales se ha extendido su uso. Considero que ello se debe a la falta de conocimiento de la misma, pues no existe ningún laboratorio que la aplique tradicionalmente o que la tenga como disciplina principal, pese a sus adelantos y conveniencias. Así como la óptica se está desarrollando lentamente pero empujada por requerimientos cada vez mayores que dan lugar a la existencia de fábricas de elementos e instrumentos ópticos tales como anteojos, prismáticos, proyectores de diapositivas, epidascopios, perfilómetros, fotoelastímetros, telescopios, equipos para enseñanza, lámparas de heridura y equipos de fotocoagulación para uso médico, piezas para holografía etc., es de prever que las necesidades de actualización y mejoramiento de la tecnología argentina lleven a requerir la ayuda de la interferometría.

En ese sentido el Dpto. de Física del I.N.T.I. ha incorporado a su sección "metrología mecánica" un interferómetro de primerísima calidad de procedencia alemana que permite controlar patrones metálicos de longitud y dispone también de un láser altamente estabilizado para mediciones interferométricas. Ante esto, son apremiantes los requerimientos de personal capacitado en esta técnica.

La interferometría servirá, en mi opinión, para la metrología mecánica en apoyo a la ingeniería metalúrgica, aeronáutica, de ferrocarriles, de automóviles, etc. y para una amplia gama de mediciones de carácter científico. Que ello ocurra dependerá de varios factores ajenos al quehacer científico, pero indudablemente que una tarea esclarecedora de conocimientos puede, honestamente, aplicada, servir para aprovechar los aspectos positivos que esta técnica pueda brindarnos.

Corresponde destacar aquí los meritorios trabajos de quienes me anteceden en el terreno de los estudios en óptica de precisión:

El Dr. Enrique Gaviola ha sido el pionero y el creador de una escuela de la que surgieron otros científicos argentinos, como los doctores R. Platzack y J.M. Simon, cuyos aportes científicos y aún técnicos han trascendido mas allá de nuestras fronteras.

Estas son las referencias a sus publicaciones:

- "A New Method for Testing Cassegrain Mirrors", E. Gaviola, J.O.S.A. V 29, p 480.
- "On the Errors of Testing and a New Method for Surveying Optical Surfaces and Systems", R. Platzack y E. Gaviola, J.O.S.A., V 29 p 484 (1939).
- "Diffraction Theory of the Method of the Caustic for Measurement of Optical Surfaces", J. M. Simon (Tesis), Optica Acta, V 18, p 369 (1971).
- "Aberrations of Spectrographs with the Correction of the Schmidt Camera Effected in the Collimator", J.M.Simon, L.R. de Novarini y R. Platzack, Optica Acta, V 18, p 829, (1971).
- "The Method of the Caustic for Measuring Optical Surfaces", R. Platzack y J.M.Simon, Optica Acta, V 21, p 267 (1974).

3. CONVENIENCIAS DEL EMPLEO DEL LÁSER COMO FUENTE LUMINOSA.

Según las convenciones internacionales de metrología fundamental, el láser no ha podido aún sustituir como fuente luminosa patrón a la fuente de ^{86}Kr , de emisión espontánea exacta en una parte en 10^{10} en forma absoluta para su frecuencia central (REF. 3.1). Ello es debido a su inestabilidad en largos períodos provocada por el hecho de poseer una cavidad resonante constituida por elementos mecánicos de dimensiones del orden de los centímetros. Así tenemos que el error en frecuencia del láser más estabilizado es de $1:10^{11}$ (válido durante un lapso de 10 segundos), pero su frecuencia central es inestable en $1:10^8$ para emisión visible (REF. 3.2), siendo asequible con esa misma exactitud en forma comercial.

Barger y Hall (REF. 3.3) aseguran además una reproducibilidad de $1:10^{11}$ mediante el filtrado por una línea de absorción del metano de una línea infrarroja del láser de He-Ne, pero para lograr su aceptación como patrón metrológico se requiere aún que sus datos se verifiquen en otros dos laboratorios distintos que dominen lo complejo de esta técnica.

Debo mencionar aquí la propuesta del Dr. M. J. Garavaglia (REF. 3.4), respecto de estudiar profundamente las propiedades de la emisión superradiante como parámetro metrológico. La característica más ventajosa de esta propuesta radica en que, al no requerirse cavidad resonante para producir la emisión estimulada, ésta es más estable, quedando por investigar las propiedades del ancho de línea de dicha emisión.

Pese a no alcanzar aún la precisión extrema, la metrología de precisión hecha con un láser estabilizado es de mucho interés porque puede abarcar en una sola etapa longitudes tan grandes como su longitud de coherencia (decenas de metros) con gran sencillez de alineación, pues las figuras de interferencia obtenidas, aún con un interferómetro desalineado, tienen muy buena visibilidad. Puede disponerse actualmente de un láser de He-Ne, de emisión visible en 633 nm, cuyas dimensiones son $20 \times 15 \times 10 \text{ cm}^3$

4. EVALUACIÓN DE LOS MÉTODOS SEMEJANTES EXISTENTES.

4.1 Para la medición de espesores.

-- Métodos no interferométricos.

El más común es el del tornillo micrométrico tipo Palmer que permite medir con exactitud de $1 \mu\text{m}$ espesores desde unos pocos micrometros hasta varios centímetros. Sus inconvenientes son que mide sobre una zona de varios mm^2 de superficie y ejerce presión sobre ella.

Métodos ópticos no interferométricos (REF. 4.1) son de poca aplicación en el rango de los pequeños espesores. El enfoque mediante un anteojo calibrado presenta un error del orden de los $15 \mu\text{m}$. En el mejor de los casos se llegaría a $5 \mu\text{m}$.

-- Métodos interferométricos.

La medición interferométrica de longitudes está ampliamente desarrollada para la comparación de bloques patrones (denominados "gauges", REF. 4.2). En el rango de los pequeños espesores de materiales traslúcidos puede convenir sin embargo medirlos en base al camino óptico recorrido dentro del material, para lo cual debe conocerse bien el índice de refracción de éste. Si la medición se hace con la lámina en una posición estática, deberán emplearse varias longitudes de onda conocidas para poder obtener el valor del espesor, como en el caso de los trabajos de Atin y Montilla (REFS. 4.3, 4.4), quienes desgraciadamente omiten considerar el error cometido debido a la variación del índice de refracción ante diferentes longitudes de onda. Dicho error puede ser importante y se salva al utilizar como variable la orientación de la lámina.

Así, un método goniointerferométrico mide muy bien, empleando una sola longitud de onda (REF. 4.5). Para estas mediciones el error relativo es aproximadamente constante y digamos como valor típico que para espesores de unos $100 \mu\text{m}$ se mide con error de unos $3 \times 10^{-2} \mu\text{m}$ mediante un goniómetro cuya exactitud esté en $12''$.

4.2 Para la medición de índices de refracción.

-- Métodos no interferométricos.

Basándome en la evaluación hecha el año 1968 por A. J. Werner (REF. 4.6) y en que estos métodos no han tenido modificaciones importantes desde esa fecha, caracterizaré los siguientes métodos: en forma comparativa con el propio, vale decir, por ej., que los requerimientos de estabilidad térmica son los mismos y la exactitud del goniómetro es de 1".

Por desviación mínima:

Empleando un prisma de gran calidad se miden dos ángulos, el de refringencia y el de desviación mínima del mismo, para la longitud de onda que interesa. Contando con un goniómetro cuya exactitud sea $\Delta\theta=1''$ puede medirse con exactitud en la quinta cifra decimal, esto es, $\Delta n = 10^{-5}$. La precisión límite está en la sexta cifra decimal para $\Delta\theta = 0,2''$.

Por autocolimación:

Se mide la desviación mínima doble en un prisma con una de sus caras aluminizadas, midiendo también dos ángulos y su precisión es igual o hasta tres veces menor que la del método de desviación mínima.

Refractómetro de Hughes:

Consiste en un prisma patrón de ángulo recto al que se adosa otro igual hecho con el material a medir, mediante un líquido intermedio que asemeja ambos índices de refracción. Puede medir tan bien como por desviación mínima pero requiere conocer el índice del bloque patrón con el doble de la exactitud con que se pretende medir.

Por inmersión:

Requiere dos muestras patrones y una del material a medir, de menos calidad óptica que la necesaria al emplear prismas. Mediante la igualación de los índices de estas tres muestras con los de un líquido a diferentes temperaturas (o con diferentes composiciones químicas) puede llegar a medir con $\Delta n = 2 \cdot 10^{-6}$ sólo si pudiera conocerse la temperatura con una exactitud de $2.5 \cdot 10^{-3} \text{oc}$.

Por ángulo crítico:

Se mide el ángulo del prisma y el de reflexión total obteniéndose apenas $\Delta n = 8 \cdot 10^{-6}$. Como caso particular, el refractómetro de Abbe es un instrumento muy usado por su simplicidad para la medición en líquidos y sólidos, siendo posible obtener con él en una sola medición angular un valor óptimo $\Delta n = 2 \cdot 10^{-5}$ (REF. 4.7), y en forma comercial puede obtenerse $\Delta n = 2 \cdot 10^{-4}$.

-- Métodos interferométricos.

El interferómetro de Rayleigh ha sido adaptado a la medición en sólidos, para lo cual se requieren dos muestras de caras plano-paralelas de alta calidad cuyos espesores deben medirse interferométricamente para obtener $\Delta n = 2 \cdot 10^{-7}$ sin la necesidad de medir ángulos. Esta precisión está limitada por la de determinación del número de orden interferencial, que no puede ser mejor que 1/80 de franja ($\Delta j \approx 10^{-2}$). En general, la mayoría de los interferómetros clásicos pueden ser adaptados, mediante un trabajo concienzudo, a la medición del camino óptico de una muestra con dos superficies que sean correctamente plano-paralelas, pero el empleo de varias longitudes de onda puede conducir a errores, para cuyo análisis cito la REF. 4.8. Si se desea conocer sólo las variaciones del índice de refracción estos interferómetros son óptimos y ampliamente usados para control de calidad (REF. 4.9).

Los métodos goniointerferométricos son generalmente más rápidos y sencillos, como ejemplo de lo cual citaré el aplicado por Andreasson et al. (REF. 4.10) quienes miden la rotación aplicada a una placa como las mencionadas que está ocupando la mitad de un interferómetro a lentes. De este modo se obtiene interferencia entre la luz que pasa por la placa y la que pasa cercana a ella, lo que otorga estabilidad al sistema. No se requiere medir el espesor de la placa ni la longitud de onda pues se hace un doble barrido angular que permite obtener el resultado con sólo las dos mediciones angulares y los dos correspondientes resultados de la cuenta del número de franjas. Requiere en cambio un láser pues la diferencia de caminos ópticos es grande y se ve limitada en la precisión porque un espesor mayor que 1 cm hace que las lon-

tes, pese a su alta calidad, introduzcan error. Puede así medirse en sólidos y fluidos con una precisión 50 a 100 veces mejor que la calculada teóricamente. esto es: $\Delta n = 2 \cdot 10^{-6}$.

REFERENCIAS:

- 4.1 "Optics in Metrology" PERGAMON PRESS (1960).
- 4.2 Metrology of Gage Blocks, Circular 581 del N.B.S. p 49 (1957).
- 4.3 "Método de medida de espesores de células de absorción para infrarrojo" J. Montilla, As. Real Soc. Esp. de Fís. y Qca., Tomo LVI(A), p 105, marzo-abril de 1960.
- 4.4 "Dos métodos interferenciales para la determinación del espesor de láminas birrefringentes" J. V. Antín y J. Montilla. Opt.Pura y Aplic.V I N2 p 113 (1963).
- 4.5 "Determinación interferencial de espesores con medios goniométricos" J. Pillado y L. Montilla. Opt.Pura y Ap., V 3 N1 p. 63 (1970).
- 4.6 "Methods in High Precision Refractometry of Optical Glasses" A. J. Werner. App. Opt. V 7 N5 p 837 (1968).
- 4.7 "A Precision Apparatus for the Rapid Determination of Indices of Refraction and Dispersion by Immersion" C. A. Faick y B. Fonoreff. Jour. of Res. N.B.S, V 32, R.P. 1575, feb. 1944.
- 4.8 "Evaluation of Refractive Index from Interference-Fringe Transmission Spectra" S. Zwerdling. J.O.S.A. V 60, N 6 p 787 (1970).
- 4.9 "Experimental Determination of the Effect of Temperature on Refractive Index and Optical Path Length of Glass" C. J. Parker y W. A. Popov. App. Opt. V 10, N 9, p 2137 (1971).
- 4.10 "Measurement of the Refractive Index of Transparent Solids and Fluids" S. D. Andréasson, S. E. Gustafsson y N. Halling. J.O.S.A., V 61, N 5, p 595, may 1971.

5 MOTIVOS QUE LLEVARON A LA IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO GONIO-INTERFEROMÉTRICO.

Estos motivos surgieron de la intención de concretar simultáneamente dos objetivos: uno, el de obtener un método interferométrico para medir propiedades ópticas de materiales traslúcidos con alta precisión, entreviendo la posibilidad de mejorar varios aspectos de los métodos conocidos y la factibilidad del dispositivo requerido. Ya podía entenderse que la limitación principal del método usado por Andreasson (REF. 4.10) se debía a que no permite emplear placas de mucho espesor porque la desviación del rayo hacía que éste se saliese de la abertura tolerable para las lentes utilizadas (abertura no especificada en dicha referencia), mientras que un interferómetro a espejos presentaba la ventaja de que la abertura permitida para espejos planos podía ser mucho mayor que para las lentes, intuyéndose además que la formación de cavidades interferométricas entre la superficie de la placa y los espejos podía ayudar a definir interferométricamente la posición angular inicial. El otro objetivo consideraba esta factibilidad y el hecho de que, al emplearse un láser de He-Ne, pudiera diseñarse un dispositivo que cumpliera fines semejantes con un poco menos de exactitud pero mucho más de sencillez, de modo que pudiese reproducirse sin dificultades para ser usado por personal técnico con fines tecnológicos o científicos.

De ambos objetivos el más difícil era el segundo, pues es más fácil idear una experiencia sin preocuparse esencialmente de su costo, volumen, fragilidad, complejidad de manejo e interpretación, material de consumo y mantenimiento, etc. que pretender además que dicha idea redunde en un dispositivo aceptable desde todos estos puntos de vista. Esa es al menos mi opinión, considerando además que las carreras científicas de nuestro país suelen descuidar tales aspectos tecnológicos y otros aún más importantes vinculados a nuestra realidad.

Del grado en que ambos objetivos fueron concretados hablaré en la parte final de esta tesis.

6. EL INTERFEROMETRO DE FABRY-PEROT

6.1 Generalidades

Es éste un dispositivo formado esencialmente por dos espejos de altísima calidad colocados uno enfrente de otro en forma paralela, en el cual incide luz que, luego de sucesivas reflexiones, emerge. Se acostumbra colocarle una lente posterior al segundo espejo para observar los fenómenos de interferencia múltiple que ocurren sobre una pantalla colocada en el plano focal de dicha lente, lo que equivale a ubicar en dicho plano fenómenos que sin la lente sólo ocurrirían a distancia infinita del interferómetro.

Como se ve en el dibujo de la fig. 6.1, que esquematiza la trayectoria de un rayo a través del interferómetro, cada rayo es dividido en amplitud mediante sucesivas reflexiones que se recombinan en algún punto sobre la pantalla.

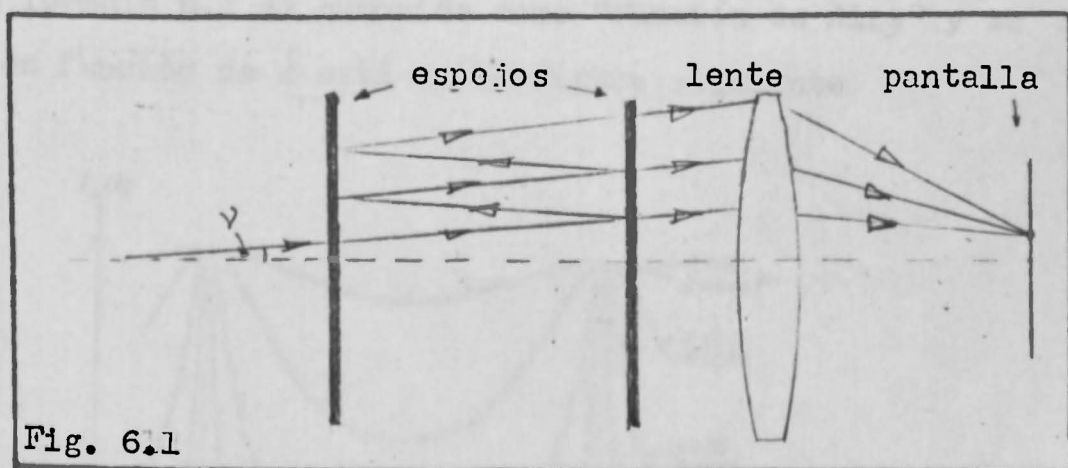


Fig. 6.1

Si la longitud de coherencia de la luz es suficiente, muchas de las reflexiones pueden interferir de modo que, sumando las expresiones de los campos eléctricos y obteniendo su cuadrado, la expresión de la intensidad transmitida I_t por unidad de luz incidente I_i vale, sobre la pantalla:

$$\frac{I_t}{I_i} = \left(\frac{\sum}{1-R} \right)^2 \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}} \quad \text{con} \quad F = \frac{4R}{(1-R)^2} \quad 6.1$$

donde, por ser $R + \sum + A = 1$ es entonces

$$\frac{\sum}{1-R} = 1 - \frac{A}{1-R} \quad 6.2$$

ya que R es la reflectividad, \sum la trasmisividad y A la absorción,

siendo éste un término que disminuye notablemente cuando la reflectividad R es alta y afecta entonces a los valores máximos de la intensidad transmitida.

La diferencia de fase δ se obtiene del camino óptico recorrido por la luz en cada pasaje doble con el agregado del desfase ϕ producido por la reflexión, siendo entonces

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda_0} nh \cos \nu + 2\phi \tag{6.3}$$

con:

n = índice de refracción

longitud de onda de la luz en vacío

h = longitud de la cavidad interferométrica

ϕ es un valor pequeño que depende del tipo de depósito reflectante que posean los espejos y también del ángulo de incidencia de la luz. No lo consideraré en este tratamiento y ello es rigurosamente válido para el caso de ángulos ν pequeños o de depósitos reflectantes dieléctricos.

La fórmula 6.1 es conocida como "función de Airy" y su gráfico en función de δ está en la figura siguiente

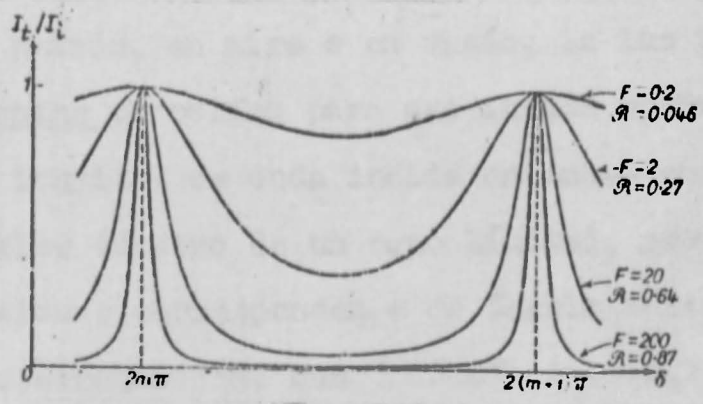


Fig. 6.2 tomada de REF. 6.1

representada para varios valores del parámetro F o de su equivalente R . Vemos entonces que para pequeñas reflectividades esta función tiene forma senoidal semejante a la interferencia de dos ondas de amplitud bien diferente. Efectivamente, en ese caso es:

$$\frac{I_t}{I_i} \approx 1 - F \frac{\text{sen}^2 \frac{\delta}{2}}{2} \tag{6.4}$$

mientras que para reflectividades sucesivamente mayores se forman picos alrededor de los valores máximos cuyos anchos medios son sucesivamente menores. Se acostumbra caracterizar esta propiedad

por medio del parámetro denominado "fineza", que representa la razón de la separación entre máximos adyacentes con el ancho medio de un máximo, siendo su expresión

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{2} \sqrt{F} = \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R} \quad 6.5$$

Resulta entonces que la fineza podría, en principio, tener valores casi nulos o tan grandes como se quisiera, si fuera posible obtener valores de R que lleguen a los extremos $R=0$ y $R=1$, con lo que se pasaría de no poder distinguir un cambio de fase $\Delta\delta$ tan grande como $2m\pi$ ($m=1,2,\dots$) a poderlo distinguir en forma totalmente exacta.

Los cambios en el valor de δ pueden deberse a cambios en cualesquiera de los factores intervinientes en su expresión. Generalmente se emplean las magnitudes dimensionales v y h para la medición de una de las magnitudes ópticas n o λ utilizando al interferómetro dentro de un ambiente estanco en el que puede hacerse vacío, o llenarse de gas, o simplemente de aire.

6.2 Interpretación del sistema de anillos característico

Para la comparación de longitudes de onda con una longitud de onda patrón, en aire o en vacío, la luz proveniente de fuentes extensas se colima para que incida sobre el interferómetro. Cada longitud de onda incide entonces con todas las direcciones posibles (dentro de un cono límite), pero sólo algunas de estas direcciones corresponden a un ángulo v respecto de la normal al interferómetro tal que $\delta = 2m\pi$ ($m=0,1,2,\dots$) por lo que sólo estos ángulos v_m dan franjas brillantes. Dichas franjas son en realidad anillos pues, como muestra la fig. 6.3, existe simetría de rotación alrededor de una cierta línea que llamaré "eje óptico del interferómetro".

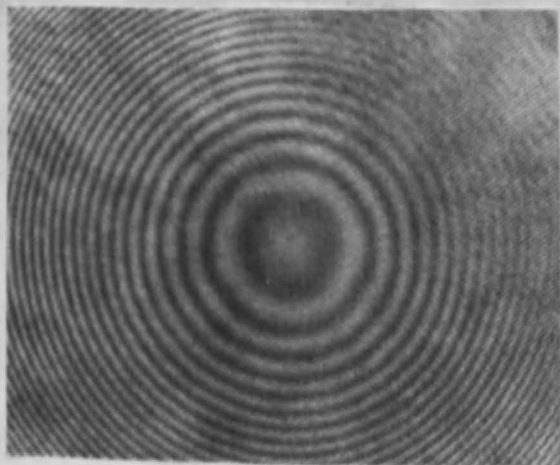


Fig. 6.3:
(LEOL 1971)

En este caso, el eje óptico del interferómetro coincide con el eje óptico de la lente posterior a éste, debiendo ser perpendicular a los dos espejos del mismo.

El ancho de estos anillos depende de la fineza del interferómetro y del valor del coseno del ángulo ν correspondiente, reduciéndose a medida que alguno de ellos aumenta. Cada longitud de onda da lugar a todo un sistema de anillos diferente cuyo diámetro D_p vale:

$$D_p = \frac{4 n' \lambda f^2}{n^2 h} (p-1+\varepsilon) \quad 6.6$$

donde:

n' = índice de refracción del medio que llena al interferómetro

n = índice de refracción del medio exterior al interferómetro

λ = longitud de onda de la luz considerada

f = distancia focal de la lente utilizada (posterior)

h = longitud de la cavidad interferométrica

p = número de anillo brillante correspondiente

ε = parte fraccionaria correspondiente a dicho número.

Tomando esta fórmula existe un método llamado "de excedentes fraccionarios" que permite determinar la relación entre las longitudes de onda presentes, por lo cual es posible referirlas a una longitud de onda patrón que es preciso incluir en el interferómetro. Cito este método por ser el más empleado para comparar longitudes de onda y porque es tradicional en nuestro laboratorio, habiendo servido de punto de partida para mis experiencias.

Por otra parte, en el año 1970 comencé a usar como fuente luminosa al láser, ya sea en forma directa "de rayo" o expandida por una lente. En estos casos las ondas no pueden considerarse planas sino esféricas, y los anillos resultantes presentan anillos secundarios, como en la foto de la fig. 6.4:

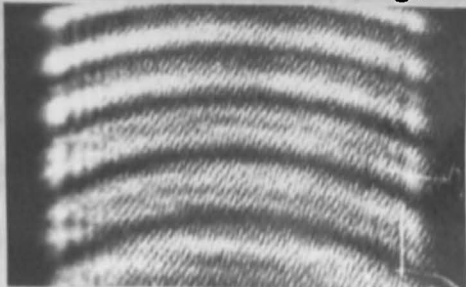


Fig. 6.4: Anillos de Fabry-Perot con anillos secundarios debidos al uso de ondas esféricas (LLOI. 1971)

El cálculo general completo acerca de este tipo de anillos recién apareció en 1971 (REF. 6.2) y lo utilizaré luego para tratar el uso del interferómetro Fabry-Porot con luz de láser.

6.3 Consideraciones necesarias que determinan cuáles deben ser en una medición los valores de los parámetros intervinientes

Si la diferencia entre distintas longitudes de onda es grande comparada con la de alguna de ellas, puede ocurrir que los sistemas de anillos se traslapen y ello los confunda al registrarlos en la placa fotográfica monocroma, a menos que se recurra a separar los sistemas de anillos mediante un espectrógrafo ubicado con su rendija en el plano focal de la lente. Para evitar este traslapamiento se debe determinar el llamado "rango espectral libre" a emplear, que para incidencia normal vale:

$$\Delta \lambda_{e.l.} = \frac{\lambda_0^2}{2n'h} \quad \text{equivalente a:} \quad \Delta \nu_{e.l.} = \frac{c}{2n'h} \quad 6.7$$

y crea una relación de competencia entre el rango de longitudes de onda a emplear y el poder resolvente para ellas. Esto hace que cada componente deba determinarse separadamente si desea hacerse un análisis fino, pues siendo el poder resolvente (para incidencia normal):

$$\frac{\lambda_0}{\Delta \lambda_0} \cong \frac{2\tilde{F}n'h}{\lambda_0} \quad 6.8$$

si se aumenta la distancia h a fin de poder resolver mejor la distribución interna $\Delta \lambda_0$ de la línea, se reduce simultáneamente el rango espectral libre $\Delta \lambda_{e.l.}$ (ec. 6.7).

Hay entonces que considerar la relación entre el largo de la cavidad y la fineza, de manera que si la primera aumenta la segunda se reduzca, para que así el "pico" (o valor máximo) del anillo sea resuelto en forma unívoca, sin detalles intrínsecos. Esto equivale a decir que la dispersión del instrumento debe ser mayor que los detalles de la línea espectral, y es importante también cuando se emplea luz de láser ya que ésta presenta los llamados modos longitudinales. Tales modos son discontinuidades dentro del ancho Doppler de la emisión espontánea, ocasionadas por la cavidad resonante constituida por los dos espejos del láser.

Ellos son como pequeñas líneas menores cuya frecuencia central no es estable debido precisamente a las inestabilidades (térmicas o mecánicas) de dicha cavidad. Están igualmente separados por un número de ciclos $\Delta \nu = c/2l$ con c la velocidad de la luz y l la longitud de la cavidad del láser, como muestra la fig. siguiente:

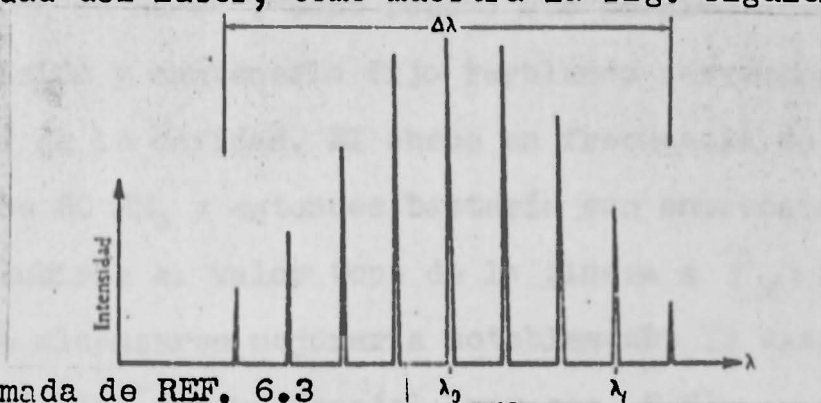


Fig. 6.5 tomada de REF. 6.3

Es por esto que, si el láser emite en varios modos, éstos deberán ser enmascarados por el ancho instrumental, lo que equivaldría en varios aspectos a trabajar con un ancho de línea igual al de la emisión espontánea.

Para el caso de un láser de He-Ne, su ancho Doppler es de 1.500 MHz y ello hace que pueda utilizarse una cavidad Fabry-Perot de hasta 10 cm. que corresponde al rango espectral óptimo según la ec. 6.7. Si queremos enmascarar sus modos el ancho instrumental $\Delta \lambda$ deberá ser igual a la separación en frecuencia correspondiente, siendo así:

$$\Delta \nu = \frac{c}{\lambda^2} \Delta \lambda = \frac{c}{2l} \Rightarrow \frac{\lambda_0}{\Delta \lambda} = \frac{2l}{\lambda_0} = \frac{2 F n' h}{\lambda_0} \quad 6.9$$

por lo que:

$$F_M \sim \frac{l}{n' h} \quad 6.10$$

es la fineza tope para la cual los modos del láser no son resueltos. Para un láser típico que emite en tres modos longitudinales es $l=30$ cm y obtenemos $F_M=3$, valor que correspondería a una reflectividad R_M :

$$R_M = 1 + \frac{\pi^2}{2 F_M} - \sqrt{\left(1 + \frac{\pi^2}{2 F_M}\right)^2 - 1} \quad 6.11$$

del 38 %, si no fuese porque la fineza depende no sólo de la reflectividad sino también de otros factores que consideraré en la próxima sección.

Si en lugar de un láser multimodal contásemos con un láser unimodal bien estabilizado la situación mejoraría notablemente en cuanto a precisión. En efecto, a este tipo de láser se lo estabiliza actualmente manteniendo fija su frecuencia en base a la llamada "depresión de Lamb" ("Lamb Deep") que permite detectar el centro de la emisión y mantenerlo fijo regulando servomecánicamente la longitud de la cavidad. El ancho en frecuencia de este efecto es de unos 50 MHz y entonces bastaría con enmascarar ese ancho, lo que subiría el valor tope de la fineza a $F_M = 30$. Si este valor puede alcanzarse mejoraría notablemente la exactitud en ubicar un máximo interferencial (ver sec. 6.6).

Ahora debo considerar que en realidad la fineza del interferómetro no es exactamente la de la ec. 6.5 debido a que las imperfecciones de los espejos o sus errores de alineación pueden reducir notablemente su valor. A estos aspectos dedicaré la sección siguiente.

6.4 Evaluación completa de la fineza espectral

Tratándose de un interferómetro a reflexiones múltiples y numerosas, resulta intuitivo entender que cualquier tipo de imperfección puede verse multiplicado por el número de pasajes, dando como consecuencia una fineza mucho más pobre que la ideal.

La propia abertura de los espejos puede actuar como pupila difractora de modo que, si dicha abertura es pequeña, sus efectos pueden reducir la fineza. Pero los factores más importantes provienen de imperfecciones en las placas y en su alineación.

Para explicar estos efectos me valdré del trabajo de Del Piano y Quesada (REF. 6.4) quienes descomponen al interferómetro en minúsculos interferómetros elementales que responden a la fórmula de Airy. Según el tipo de error considerado será la distribución estadística de tales interferómetros. Puede considerarse que un espejo es perfecto y el otro contiene los errores, y así tenemos caracterizado los errores más importantes y sus distribuciones estadísticas en la figura siguiente:

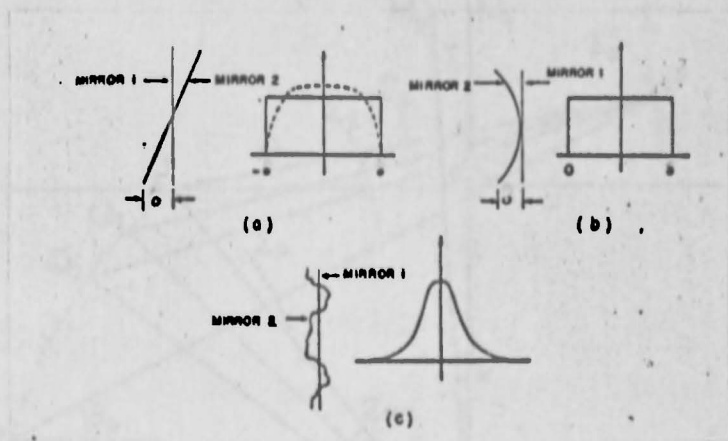


Fig. 6.6 (tomada de REF. 6.4)

La distribución rectangular es aquí la que vale para

- a) un par de espejos desalineados con abertura rectangular (línea continua) o con abertura circular (línea punteada) y para b) espejos con esfericidad residual y abertura circular. La distribución gaussiana corresponde al caso c), asimilable al de errores aleatorios en la superficie del espejo. El resultado teórico de estos errores es el de la figura siguiente:

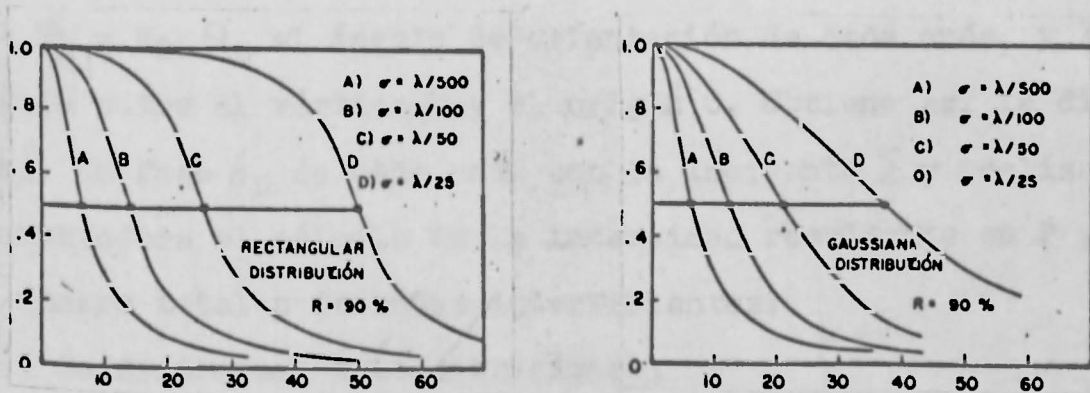


Fig. 6.7: Curvas de transmisión normalizadas, para distintas cantidades de imperfecciones superficiales caracterizadas por su dispersión estadística σ , en función de δ expresada en grados (REF. 6.4).

que es semejante al resultado experimental obtenido por estos mismos autores. Vemos entonces que la fineza puede verse seriamente afectada por la calidad de los espejos y la de su alineación. Los resultados de la fig. 6.7 permiten obtener gráficamente, por comparación con los de la fig. 6.2, el verdadero valor efectivo de la fineza.

Si se emplea el láser sin colimar, ya sea en forma de haz directo o expandido por una lente, tendremos el caso de la interferencia múltiple entre ondas esféricas, tratado en forma general por Aebicher (REF. 6.2), partiendo del esquema siguiente:

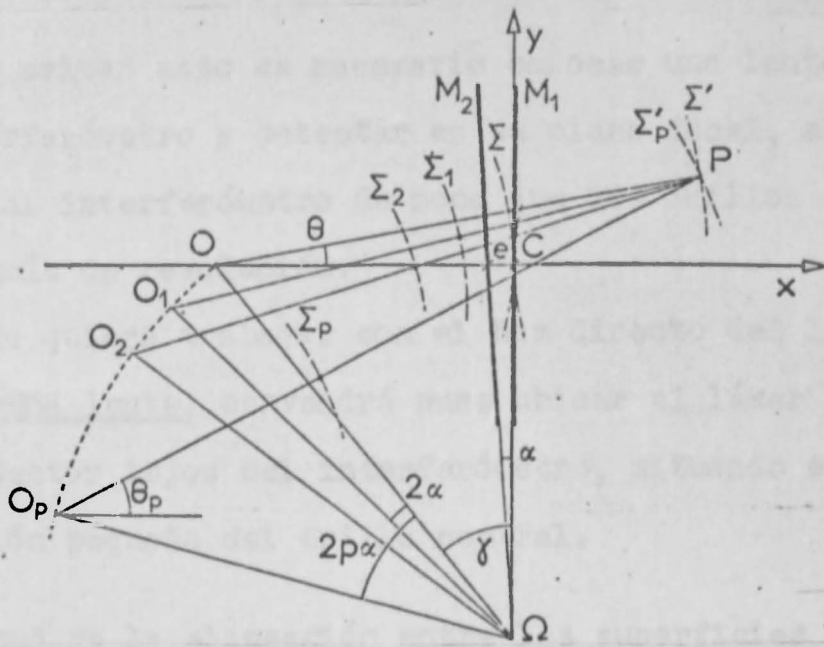


Fig. 6.7 (tomada de REEF. 6.2)

Partiendo de la figura anterior, en la que una fuente monocromática puntual se ubica a la distancia $OC = \rho$ del segundo espejo (M_1) del interferómetro, produciendo la onda Σ y, por reflexiones sucesivas, las ondas $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_p$, Aebischer trata el caso de la interferencia de estas ondas en un punto genérico P. En esta figura además, α representa el ángulo entre los espejos planos M_1 y M_2 , θ_p el ángulo de orientación de cada onda, y γ el ángulo entre el vértice Ω y el origen O. Obtiene así la diferencia de fase δ_p de cada onda con la incidente Σ y realiza con computadora el cálculo de la intensidad resultante en P para un número total p de ondas interfirientes.

Se distinguen tres situaciones:

- anillos a distancia finita
- franjas de láminas no paralelas al infinito
- franjas de láminas no paralelas, cercanas al /infinito.

Las tres llevan a la aparición de nuevos anillos secundarios, sin simetría de revolución cuando $\alpha \neq 0$, y que perturban a los principales. La figura siguiente muestra este efecto obtenido exageradamente:

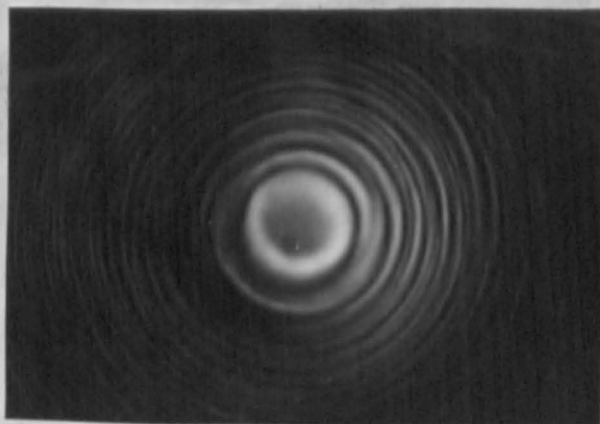


Fig. 6.8 (LEOL 1971)

Para evitar esto es necesario colocar una lente posterior al interferómetro y detectar en su plano focal, alineando previamente al interferómetro de modo que los anillos secundarios tengan simetría de revolución.

Si se quiere trabajar con el haz directo del láser sin emplear ninguna lente, convendrá pues ubicar al láser y especialmente al detector lejos del interferómetro, situando este último en una porción pequeña del anillo central.

6.5 Exactitud de la alineación entre las superficies reflectoras del interferómetro.

La sección anterior corrobora una de las conclusiones que he obtenido a lo largo de mi investigación: La sensibilidad del interferómetro de Fabry-Perot ante desalineaciones de sus espejos es enorme, constituyendo un efecto que puede aprovecharse para lograr su más correcta alineación.

La siguiente figura explica el aumento en la transmisión máxima del interferómetro a medida que se logra su correcta alineación:

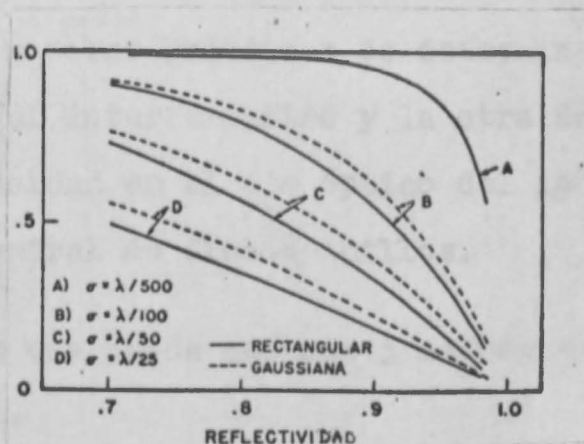


Fig. 6.9: Trasmisión pico en función de la reflectividad, en presencia de imperfecciones (tomada de REF. 6.4).

Es así como detectando fotoelectrónicamente la amplitud y la fineza en la intensidad transmitida cuando se alinea al interferómetro sometido simultáneamente a vibraciones de pequeña amplitud (golpecitos, o si es posible, oscilaciones a cristal piezoeléctrico), puede lograrse que el ajuste a mayor amplitud y fineza defina al paralelismo de los espejos con exactitud mejor que un segundo de arco.

Este resultado me llevó al extremo de la precisión del goniómetro con que contaba (diez segundos de arco) y me permite asegurar que pueden lograrse ajustes ultraprecisos con espejos de reflectividades desde un 70 % en más. Más aún, creo que este resultado depende sólo del hecho de tener una cavidad interferométrica de este tipo, iluminada con luz de gran longitud de coherencia, con lo cual mantengo el tratamiento amplio que estoy dando a este trabajo.

6.6 Precisión con que se puede detectar el cambio j del número de orden interferencial.

Para estimar esta precisión supondré que el interferómetro opera con una transmitancia que tiene la forma de la función de Airy, correspondiéndole una fineza \mathcal{F}_M resultante de todo lo descrito anteriormente en esta sección 6. Está claro pues que si se quiere detectar los máximos con la mayor precisión debe procurarse un valor grande para \mathcal{F}_M sin que la distribución espectral de la línea lleve a confundir los máximos.

Conozco dos maneras prácticas de determinar j , una mediante los anillos del interferómetro y la otra detectando las variaciones de intensidad en el eje óptico del interferómetro, o sea, en la zona central de dichos anillos.

6.6.1 Precisión con que puede medirse j mediante los anillos de interferencia.

Se trata de contar el número de anillos que se generan durante el cambio de camino óptico y de determinar mediante la fórmula 6.6 la parte fraccionaria de este valor. La cuenta puede hacerse visualmente o mediante un dispositivo adicional, y el valor fraccionario se determina a partir de fotografías de los sistemas de anillos inicial y final, como las siguientes:

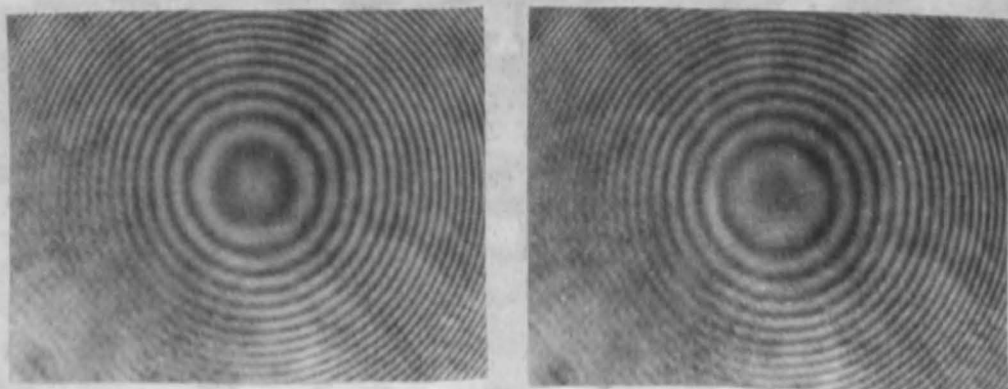


Fig. 6.10 (LEOL 1971). Sistema inicial

Sistema final

El proceso consiste, pues, en tomar las fotos y medir sobre ellas el diámetro D_p del p -ésimo anillo utilizando para ello un comparador óptico o un micro-densitómetro más elaborado como el comparador Grant. La exactitud que se obtiene es de unos $20 \mu\text{m}$ en el primer caso o unos $10 \mu\text{m}$ en el segundo, realizándose mediciones sobre varios anillos, que se aplican mediante el método de cuadrados mínimos.

De la fórmula 6.6 obtenemos pues:

$$\varepsilon = \frac{D_p n^2 h}{4 n' \lambda_0 f^2} - p + 1 \quad 6.12$$

con la que analizaremos la propagación de errores, considerando $n \approx n' \approx 1$:

$$\Delta \varepsilon = \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial D_p} \right| \Delta D_p + \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} \right| \Delta n + \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial h} \right| \Delta h + \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial \lambda_0} \right| \Delta \lambda_0 + \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial f} \right| \Delta f \quad 6.13$$

El cálculo de estas derivadas en valor absoluto, hecho con valores típicos, es el siguiente:

6.14

derivada (en $\varepsilon=1$)	valor típico	medido mediante	error típico	error parcial producido
$\frac{\partial \varepsilon}{\partial D_p} = \frac{2\varepsilon}{D_p}$	$D_p \approx 10\text{mm}$	comparador óptico, la medición mejora si mejora f .	$20 \mu\text{m}$	$\Delta \varepsilon_{D_p} \approx 4 \cdot 10^{-3}$
$\frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = \frac{\varepsilon}{n}$	$n \approx 1$	tabla de Edlén si es aire, refractómetro de Abbe o interferómetro en otro caso.	10^{-4}	$\Delta \varepsilon_n \approx 10^{-4}$
$\frac{\partial \varepsilon}{\partial h} = \frac{\varepsilon}{h}$	$h \approx 50\text{mm}$	tornillo micrométrico	$10 \mu\text{m}$	$\Delta \varepsilon_h \approx 2 \cdot 10^{-4}$
$\frac{\partial \varepsilon}{\partial f} = \frac{2\varepsilon}{f}$	$f \approx 1 \text{ m}$	cinta métrica	1 mm	$\Delta \varepsilon_f \approx 2 \cdot 10^{-3}$
$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \lambda_0} = \frac{\varepsilon}{\lambda_0}$	$\lambda_0 \approx 0,5 \mu\text{m}$	ancho de línea común para un láser de He-Ne	$10^{-6} \lambda_0$	$\Delta \varepsilon_{\lambda_0} \approx 10^{-6}$
Obteniéndose para cada medición de ε un error $\Delta \varepsilon \approx 6 \cdot 10^{-3}$				

En consecuencia, resulta un error total $\Delta \varepsilon_{\text{total}} = 2 \Delta \varepsilon \approx 10^{-2}$

ya que debe considerarse el error en la determinación inicial sumado al error en la determinación final.

Se observan las siguientes dificultades:

- requiere contar separadamente el valor entero de j
- hay que tomar y procesar dos fotografías, en placa fotográfica
- el portaplacas debe estar perfectamente ubicado
- hay que medir varios anillos en cada placa mediante un aparato grande y costoso
- la medición abarca una gran zona del interferómetro simultáneamente
- se requieren mediciones previas de h y de f
- tiene una precisión tope estimada en $\Delta j \sim 10^{-2}$.

En consecuencia, resulta ser un proceso costoso en tiempo, equipo y materiales que, si bien resulta útil para determinar longitudes de onda, no lo es para determinar los cambios de camino óptico. Por esto fue que, habiendo sido inicialmente empleado, fue luego reemplazado por el siguiente:

6.6.2 Precisión con que puede medirse j mediante la detección fotoelectrónica en el eje óptico del interferómetro.

Colocando un fotodetector pequeño en el centro del anillo central se detectan los cambios en la intensidad transmitida de acuerdo a la función de Airy debidos al cambio del camino óptico dentro de la cavidad. La señal eléctrica del detector puede ser amplificada y vista en un osciloscopio, para poder contar el cambio j comenzando y terminando en alguna región característica de la forma de la función de Airy. De esta función, la zona más sensible a los cambios de fase es la lateral a los picos de los máximos (ver fig. 6.2, donde si $\hat{f}_M \approx 20$ la pendiente máxima vale casi 8) pero no es muy útil pues no es fácil determinar en ella el correspondiente valor de j .

Los picos de máxima intensidad en cambio, corresponden exactamente a números enteros de j y están bien definidos si la fineza es suficientemente buena. Por eso es práctico ajustar la cavidad de modo de comenzar la cuenta en un máximo y terminar justamente en otro. La precisión con la que podamos asegurar que la intensidad es máxima será entonces la que nos determine con qué precisión está medido j como número entero.

Para un pequeño cambio de fase debido a un pequeño cambio en h de magnitud $\Delta h/2$ podemos suponer que la intensidad máxima I_M ha decaído en la cantidad mínima detectable ΔI , y vale ahora I_{CM} (I casi máxima). Entonces, según la ec. de Airy (6.1):

$$\frac{I_{CM}}{I_M} = \frac{1}{1 + F \text{sen}^2 \frac{\delta_{\Delta h}}{2}} \quad 6.15$$

con $F = \left(\frac{2}{\pi} \tilde{F}\right)^2$ por la ec. 6.5

y $\frac{\delta_{\Delta h}}{2} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} \frac{\Delta h}{2}$ según ec. 6.3, porque al ser incidencia prácticamente normal, sobre el anillo central es $\cos \nu \approx 1$ y $\phi \approx \text{cte.}$

Entonces:

$$\frac{I_M}{I_{CM}} = 1 + \left(\frac{2\tilde{F}}{\pi} \text{sen} \frac{\pi n \Delta h}{\lambda_0}\right)^2 \quad 6.16$$

de la que obtenemos:

$$\Delta h = \frac{\lambda_0}{\pi n} \text{arc sen} \left(\frac{\pi}{2\tilde{F}} \sqrt{\frac{I_M - I_{CM}}{I_{CM}}} \right) \quad 6.17$$

donde pasamos a considerar como fineza a la efectiva \tilde{F}_M , que además $I_M - I_{CM} = \Delta I$ y que a los efectos del cálculo podemos reemplazar I_{CM} por I_M como divisor, lo que da:

$$\Delta j_s = \frac{\Delta h}{\lambda_0} = \frac{1}{\pi n} \text{arc sen} \left(\frac{\pi}{2\tilde{F}_M} \sqrt{\frac{\Delta I}{I_M}} \right) \quad 6.18$$

pues la indeterminación Δh es menor que λ e independiente en consecuencia del número de orden interferencial. Vemos, por la ec. 6.18 que, como era de esperar, Δh disminuye si aumenta el valor de \tilde{F}_M (picos más agudos) y también si disminuye el cociente $\Delta I/I_M$ (mayor sensibilidad electrónica).

Una pequeña tabla de los valores de Δj que pueden obtenerse es la siguiente:

6.19

obtenido	\mathcal{F}_M	$\frac{\Delta I}{I_M}$	Δj	espejos pulidos	equipo electrónico
muy simplemente	1,5	10^{-1}	$3,4 \cdot 10^{-1}$	$\lambda/50$	cualquiera
simplemente	5	10^{-2}	$2 \cdot 10^{-2}$	$\lambda/100$	osciloscopio
con finura	20	10^{-3}	$2 \cdot 10^{-3}$	$\lambda/200$	osciloscopio c/ amplificador a ganancia controlada por la luz del láser.
valor extremo	50	10^{-4}	$2 \cdot 10^{-4}$	$\lambda/500$	idem, con láser estabilizado en el Lamb Deep.

Donde he tenido en cuenta que el error Δj_r verdadero será aproximadamente el doble del de la ec. 6.18, pues también aquí debemos determinar la posición inicial y la final. Podemos entonces comparar 6.14 con 6.19 para ver que, mediante la medición de anillos es difícil alcanzar un valor $\Delta j = 10^{-2}$, que es fácilmente alcanzable mediante la detección electrónica descrita, y aún superable utilizando espejos, láser y equipos electrónicos de la mejor calidad. Para lograr la mayor precisión debe usarse un láser muy bien regulado en amplitud y frecuencia y un amplificador con ganancia controlada por un fotodetector que reciba directamente una muestra del haz del láser.

Concluyendo, la detección fotoelectrónica es más conveniente y puede, mediante la conexión de un contador electrónico, contar los valores enteros que toma j durante el barrido angular. A los efectos de este barrido hay que considerar igualmente al rango espectral libre (ec. 6.7) y, en general, todo lo dicho en esta sección.

6.6.3 Requerimientos de estabilidad en la longitud de onda emitida.

Una gran longitud h de la cavidad hace que una pequeña variación en la longitud de onda se multiplique por el doble del número de veces que dicha longitud de onda está contenida en la cavidad, es decir, por el doble del número de orden interferencial m , siendo $m = \delta / 2\pi$. El cambio en m valdrá entonces:

$$\Delta m = \frac{\partial m}{\partial \lambda} \Delta \lambda = \frac{2nh \cos \nu}{\lambda_0^2} \Delta \lambda \quad 6.20$$

que puede ser igual al error de apreciación del cambio j en los valores inicial y final de m , o sea que $\Delta j_m \approx \Delta m$. Por esto es necesario que la longitud de onda emitida no se modifique apreciablemente durante la medición. Esto es muy importante en el caso de la luz de láser por las variaciones térmicas y mecánicas de su cavidad resonante.

Como ejemplo, diré que si es $n=1$, $h=5$ cm, $\nu=0$,

$\lambda_0 = 0,633 \mu\text{m}$, $\Delta \lambda_0 / \lambda_0 = 10^{-7}$, por la ec. 6.20 será $\Delta j_m = 2 \cdot 10^{-2}$.

Tenemos entonces que, siendo el error total para j

$\Delta j = \Delta j_f + \Delta j_m$, el valor de Δj_m puede constituir un tope para la reducción de Δj , para superar el cual se requeriría una extrema estabilización del láser. Según los elementos actualmente disponibles, no puede superarse el valor $\Delta j = 10^{-3}$ durante largos lapsos.

Sin embargo, Δj_m puede ser medido y compensado mediante la constatación permanente de m con un rayo adicional que no atraviese la placa. En ese caso la compensación hace que

$\Delta j_m \leq \Delta j_f$ lográndose que $\Delta j = 2 \Delta j_f$ con un menor requerimiento de estabilidad del dispositivo.

REFERENCIAS:

- 6.1 "Principles of Optics", M. Born y E. Wolf, Pergamon Press, (1970).
- 6.2 "Calculs de profils dissymétriques observables sur des figures d'interférences en ondes multiples sphériques", N. Aebischer, Nouv. Rev. d'Optique appliquée, V2, N°6, p351 (1971)
- 6.3 "Lasers in Industry", ed. S.S. Charschan, Van Nostrand Reinhold Company, (1972).
- 6.4 "Transmission Characteristics of Fabry-Perot Interferometers and a Related Electrooptic Modulator", V.N. del Pigno y A.F. Quesada, App. Opt., V4 N°11, Nov. 1965, p1386.

7. COLOCACIÓN DE UN MEDIO TRASLUCIDO EN LA CAVIDAD INTERFEROMETRICA.

7.1 Generalidades.

La colocación de un medio traslúcido isótropo y homogéneo en la cavidad de un interferómetro afecta a las ondas luminosas que lo recorren, en amplitud y en fase.

El efecto en la amplitud es siempre de atenuación, debida ésta a pérdidas por reflexión en las superficies dióptricas de la muestra, a pérdidas por difracción, y a absorción dentro del medio. Las primeras están dadas por las conocidas ecuaciones de Fresnel, las que podemos aplicar a un sector de la superficie lo suficientemente pequeño como para poderlo considerar plano y definir en él el ángulo de incidencia θ_i . Debemos distinguir dos casos particulares que corresponden a dos estados ortogonales de los vectores de polarización de la luz incidente, uno de ellos el paralelo al plano de incidencia, y el otro el perpendicular a dicho plano, que indicaré mediante los subíndices // y \perp respectivamente.

Así vemos graficados en la figura 7.1 los coeficientes de reflexión en intensidad R que son complementarios de los de transmisión a través de la fórmula $R + \tau = 1$ (en la que consideramos despreciable la absorción en la superficie), o sea que los coeficientes de transmisión τ se visualizan observando la figura invertida, o tomando como origen al extremo superior.

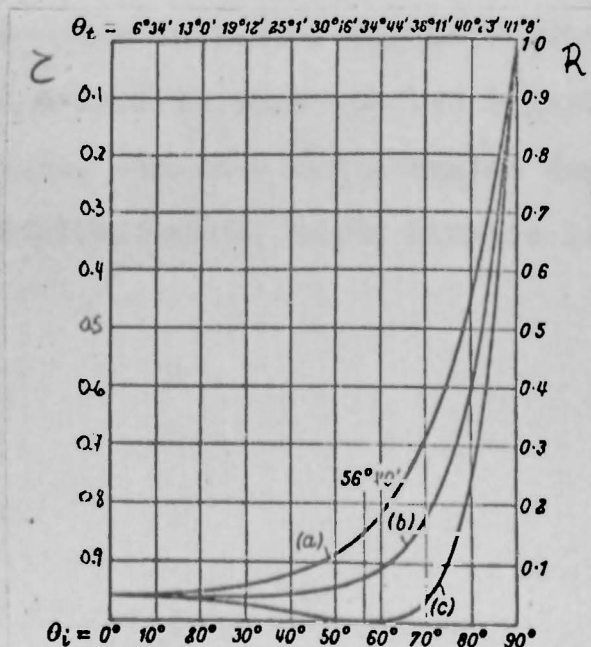


Fig. 7.1 (tomada de REF.6.1):

- a) R_{\perp}
 - b) $\frac{1}{2}(R_{\perp} + R_{//})$
 - c) $R_{//}$
- para $n_1 = 1,52$

Tenemos en este gráfico que ζ_{\perp} se reduce notablemente para ángulos de incidencia grandes mientras que ζ_{\parallel} aumenta hasta llegar a 1 al ángulo de Brewster y luego decrece rápidamente. Un estado general de polarización puede tomarse como una combinación de estos dos estados particulares; en la figura está el caso b) que contiene partes iguales de ambas componentes (luz natural, p.ej.). Se ve así que puede elegirse un estado en el cual la transmisión se mantenga aproximadamente igual al valor inicial hasta un ángulo $\theta_i \sim 60^\circ$, disminuyendo luego rápidamente.

Supondremos además que tratamos con materiales lo bastante pulidos como para no considerar pérdidas por difracción, restando pues considerar la absorción del medio. Esta está caracterizada por un coeficiente de absorción α y actúa exponencialmente a lo largo del recorrido L de la luz, o sea que la amplitud de la onda incidente se atenúa en la proporción:

$$t_p = e^{-\alpha_p L_p} \quad \text{para el recorrido } L_p \text{ de la luz dentro de la placa}$$

y

$$t_a = e^{-\alpha L} \quad \text{para el recorrido } L \text{ de la luz dentro del medio que rodea a la placa}$$

7.2 Interferómetro de Fabry-Perot con una placa traslúcida en su interior.

Trataré esta situación por ser la del método goniointerferométrico, considerando para ello un interferómetro de Fabry-Perot elemental con una placa traslúcida en su interior, limitada por dos superficies Π y Π' cuyas propiedades caracterizaré empleando Π y Π' como subíndices respectivamente. Este interferómetro elemental puede ser considerado como un sector del interferómetro real, tan pequeño como sea necesario para que las superficies Π y Π' puedan considerarse planas, formando sus normales ángulos θ_{Π} y $\theta_{\Pi'}$ respecto del eje del interferómetro, según ilustra la figura siguiente:

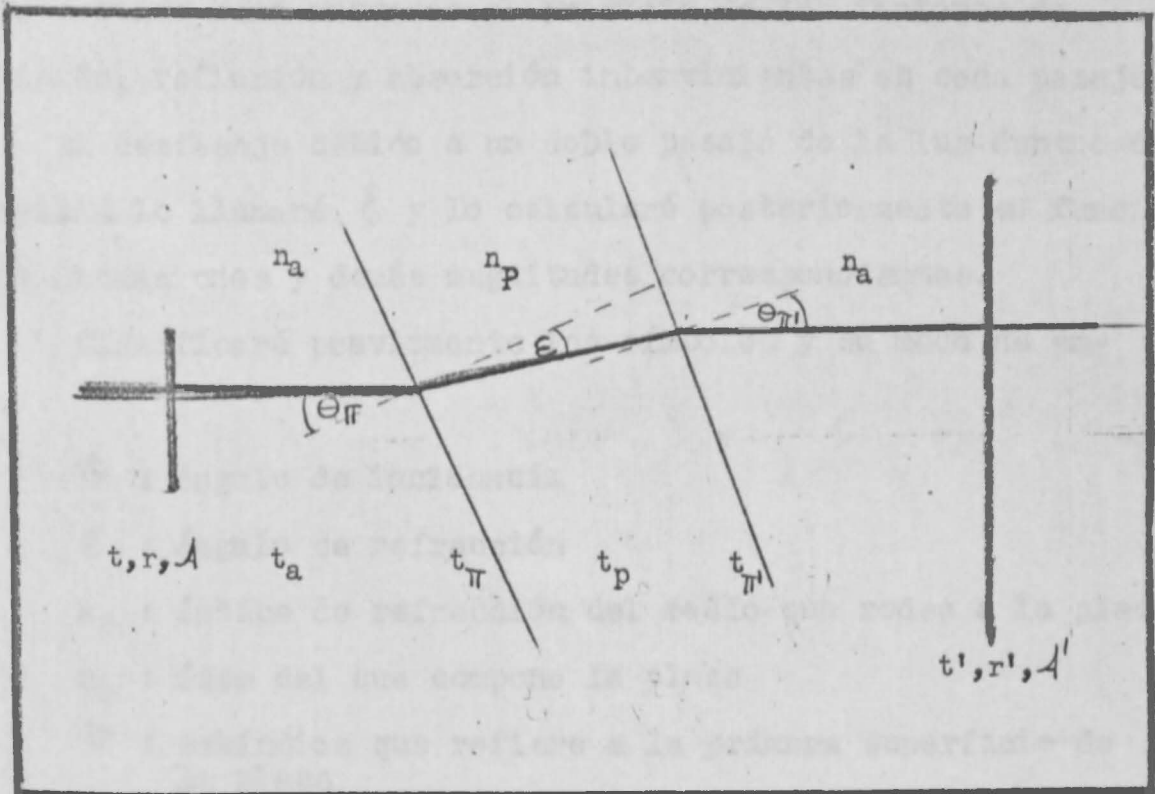


Fig. 7.2 (LEOL 1975).

Así, obtendremos mediante las ec. de Fresnel los valores de la transmisión en ambas superficies de la placa, los que, como paso a demostrar, son iguales para una lámina de caras paralelas.

En efecto, las fórmulas de Fresnel para los coeficientes de transmisión en amplitud t son:

$$t_{\parallel} = \frac{2 \operatorname{sen} \theta_t \cos \theta_i}{\operatorname{sen}(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} \quad t_{\perp} = \frac{2 \operatorname{sen} \theta_t \cos \theta_i}{\operatorname{sen}(\theta_i + \theta_t)} \quad 7.1$$

donde θ_i es el ángulo que forma la luz incidente con la normal a la superficie e y θ_t es el ángulo que forma la luz transmitida (refractada) con dicha normal. Por tratarse entonces de una lámina de caras paralelas, en la segunda superficie la luz incidirá con el mismo ángulo θ_t correspondiente a la primera superficie, y se refractará con el ángulo θ_i de la misma, de modo que, por ser las ec. de Fresnel invariantes al cambio de θ_i por θ_t los coeficientes de transmisión tendrán el mismo valor en ambas superficies. Esto también vale, obviamente, si se trata de coeficientes en intensidad.

Ahora puedo considerar al interferómetro elemental de la fig. 7.2 y hacer el análisis del recorrido de la luz en su interior, considerando que incide en él un rayo (porción ideal

de onda plana) de amplitud unitaria. La expresión de la amplitud transmitida será entonces el producto de los factores de transmisión, reflexión y absorción intervinientes en cada pasaje.

El desfase debido a un doble pasaje de la luz dentro de la cavidad lo llamaré δ y lo calcularé posteriormente en función de las dimensiones y demás magnitudes correspondientes.

Clasificaré previamente los símbolos y su modo de empleo:

θ : ángulo de incidencia

ξ : ángulo de refracción

n_a : índice de refracción del medio que rodea a la placa

n_p : ídem del que compone la placa

π : subíndice que refiere a la primera superficie de la placa

π' : ídem para la segunda superficie

a : ídem para el medio que rodea a la placa

p : ídem para el medio que compone la placa

coeficientes en amplitud	coeficientes en intensidad
t = transmisión	Σ = transmisión
r = reflexión	\mathcal{R} = reflexión
α = absorción exponencial	A = absorción

De esta manera el campo eléctrico de la luz que sale del interferómetro luego del primer pasaje (simple) tendrá el valor (expresado en notación compleja):

$$E_1 = t t_\pi t_p t_{\pi'} t_a t' \quad 7.2$$

donde hemos tomado su fase como valor de referencia, es decir, nulo. Para el rayo que emerge en segundo término tenemos:

$$E_2 = t t_\pi t_p t_{\pi'} t_a [r' t_a t_{\pi'} t_p t_\pi r t_a t_\pi t_p t_{\pi'}] t' e^{i\delta} = \quad 7.3$$

$$= t t' t_\pi t_{\pi'} t_p t_a [r r' (t_a t_{\pi'} t_\pi t_p)^2] e^{i\delta}$$

donde es $i = \sqrt{-1}$.

Si llamamos q al número de orden correspondiente al q -ésimo pasaje (doble), tendremos que:

$$E_q = t t' t_\pi t_{\pi'} t_p t_a [r r' (t_a t_{\pi'} t_\pi t_p)^2]^{2(q-1)} e^{iq\delta} \quad 7.4$$

si llamásemos:

$$R = rr', \quad Z = tt', \quad Z_{\pi} = t_{\pi} t_{\pi}', \quad Z_p = t_p^2, \quad Z_a = t_a^2 \quad 7.5$$

sería:

$$E_q = Z Z_{\pi} t_p t_a [R Z_a Z_p Z_{\pi}^2]^{2(q-1)} e^{iq\delta} \quad 7.6$$

en las que R y Z coinciden con las transmitancias en intensidad si ambos espejos son idénticos y, como ya demostré, $Z_{\pi} = t_p^2$ si la placa es de caras paralelas.

Si la luz es suficientemente coherente, para una diferencia de camino del orden de $2qh$ podemos obtener la expresión de la interferencia entre q ondas sumando sus amplitudes y elevando el resultado al cuadrado. Ahora bien, para que se trate efectivamente de interferencia múltiple del tipo Fabry-Perot, el valor de q debe ser grande, más aún si se pretende emplear la expresión matemática clásica en la que se suman infinitos términos. Es por esto que resulte casi inevitable pensar en la luz del láser para hacer funcionar un interferómetro de Fabry-Perot cuya cavidad mide varios centímetros.

La amplitud total será, en dichas condiciones

$$E = \sum_{q=1}^{\infty} E_q = Z Z_{\pi} t_p t_a \sum_{q=1}^{\infty} [R Z_a Z_p Z_{\pi}^2]^{2(q-1)} e^{iq\delta} \quad 7.7$$

y la intensidad total será pues:

$$I = E E^* \quad 7.8$$

que puede calcularse por su semejanza formal con el cálculo que lleva a la función de Airy, y tenemos también que, si la onda incidente no tuviese amplitud unitaria, llamando I_t a la intensidad transmitida e I_i a la incidente obtendríamos finalmente la expresión:

$\frac{I_t}{I_i} = \left(\frac{Z Z_{\pi} t_p t_a}{1 - R Z_{\pi}^2 Z_p Z_a} \right)^2 \frac{1}{1 + F \operatorname{sen}^2 \frac{\delta}{2}}$	$\begin{aligned} R + Z + 1 &= 1 \\ R_{\pi} + Z_p &= 1 \\ t_p &= e^{-\alpha_p l_p} \\ t_a &= e^{-\alpha_a l_a} \end{aligned}$
--	--

donde F es la finoza y vale:

$$F = \frac{4R Z_{\pi}^2 Z_p Z_a}{(1 - R Z_{\pi}^2 Z_p Z_a)^2} \quad 7.10$$

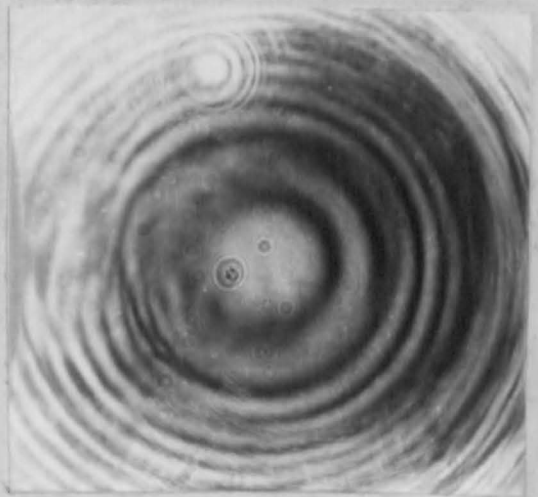
que tiene la forma de una función de Airy:

$$\frac{I_t}{I_i} = \left(\frac{\zeta_T}{1 - R_T} \right)^2 \frac{1}{1 + F \operatorname{sen}^2 \frac{\delta}{2}} ; \quad F = \frac{4 R_T}{(1 - R_T)^2} \quad 7.11$$

según las definiciones:

$$R_T = R \zeta_\pi^2 \zeta_p \zeta_a , \quad \zeta_T = \zeta \zeta_\pi t_p t_a$$

donde $R_T + \zeta_T \neq 1$, por lo que, al ser ζ_π , ζ_p y ζ_a factores menores que 1 el valor pico de la intensidad transmitida se reduce por las pérdidas dentro de la cavidad, reduciéndose también la fineza. Las meras pérdidas por reflexión en la superficie de una lámina plana y sin absorción (t_p) hacen que la reflectividad efectiva de los espejos R_T se vea reducida en un 8% o más. Como ejemplo de esto mostramos en la figura 7.3 las fotos del sistema de anillos obtenidas cuando el interferómetro contenía solamente aire y, posteriormente, cuando se introducía en él una delgadísima lámina de oro cuyo espesor era menor que λ .



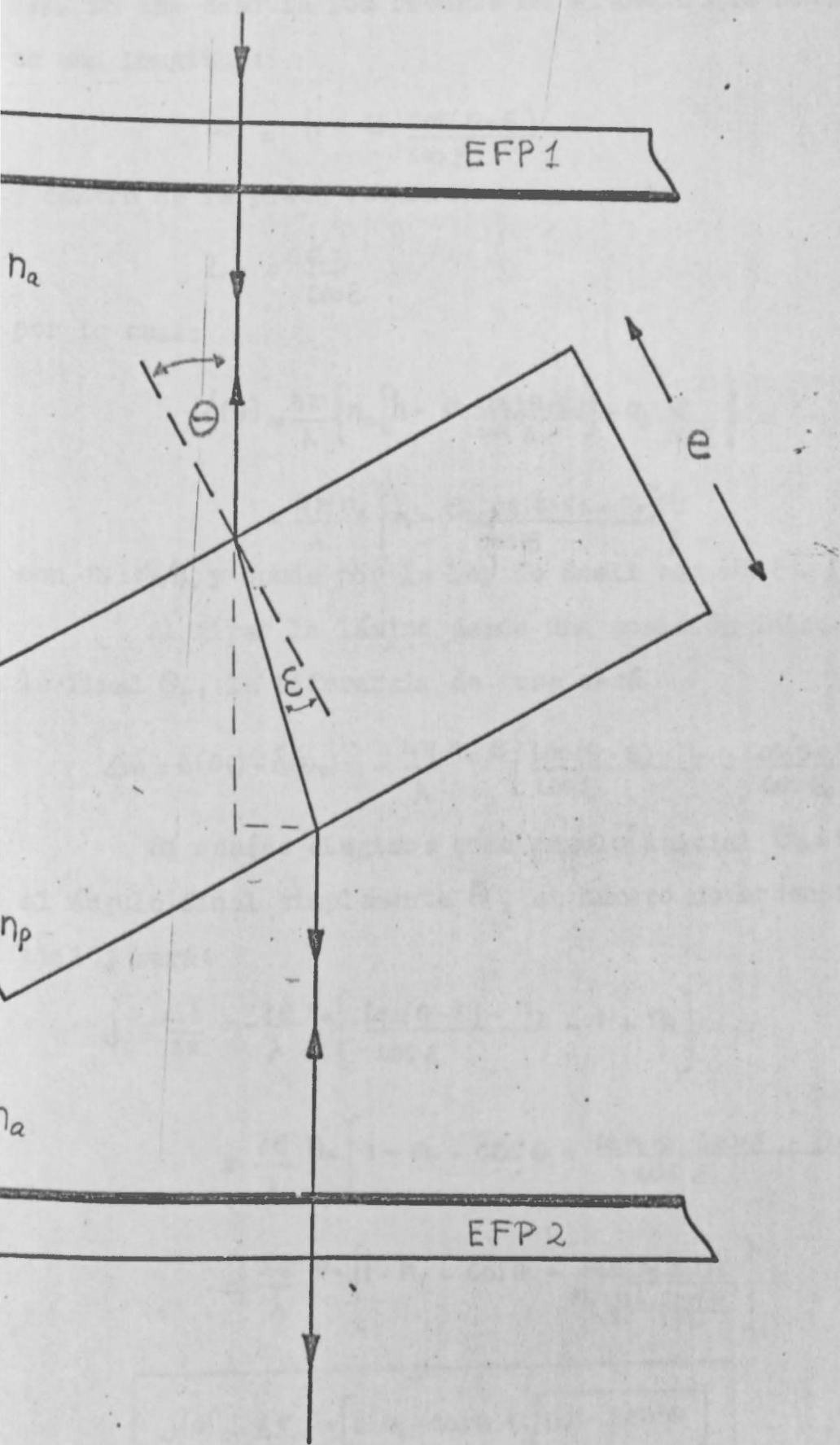
(Fig. 6.8)

Fig. 7.3 (LEOL 1971): sist. inicial, sist. con lámina de oro.

La forma asimétrica de los anillos se debió a que la luz de láser era enfocada dentro de la cavidad, para colocar la pequeña lámina próxima al punto focal. Es notable en este ejemplo experimental la pérdida de fineza debida a imperfecciones de la lámina.

7.3 Cálculo del camino óptico recorrido dentro del interferómetro

Para poder dar la expresión cuantitativa exacta de R_T y ζ_T es necesario conocer las longitudes L_a y L_p de los caminos que recorre la luz dentro de la cavidad. Este cálculo geométrico sirve también para obtener la diferencia de fase δ ya que es:



7.4 (LEOL 1972)

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} (n_a L_a + n_p L_p) \quad 7.12$$

Consideremos primero que la luz incide perpendicularmente a los espejos del interferómetro, como muestra la figura 7.4. En ese caso la luz recorre en el medio que rodea a la placa una longitud:

$$L_a = h - e \frac{\cos(\theta - \epsilon)}{\cos \epsilon} \quad 7.13$$

y dentro de la placa recorre:

$$L_p = \frac{e}{\cos \epsilon} \quad 7.14$$

por lo cual:

$$\begin{aligned} \delta(\theta) &= \frac{4\pi}{\lambda} \left\{ n_a \left[h - e \frac{\cos(\theta - \epsilon)}{\cos \epsilon} \right] + n_p \frac{e}{\cos \epsilon} \right\} = \\ &= \frac{4\pi n_a}{\lambda} \left\{ h - e \frac{[\cos(\theta - \epsilon) - n_r]}{\cos \epsilon} \right\} \end{aligned} \quad 7.15$$

con $n_r = n_p/n_a$ y donde por la ley de Snell es: $\sin \epsilon = \frac{\sin \theta}{n_r}$

Al girar la lámina desde una posición inicial θ_0 hasta la final θ_f , la diferencia de fase será

$$\Delta \delta = \delta(\theta_f) - \delta(\theta_0) = - \frac{4\pi n_a}{\lambda} e \left[\frac{\cos(\theta - \epsilon) - n_r}{\cos \epsilon} - \frac{\cos(\theta_0 - \epsilon_0) + n_r}{\cos \epsilon_0} \right] \quad 7.16$$

Si además elegimos como ángulo inicial $\theta_0 = 0$ y llamamos al ángulo final simplemente θ , el número de orden interferencial j será:

$$\begin{aligned} j &= \frac{\Delta \delta}{2\pi} = - \frac{2e}{\lambda} n_a \left[\frac{\cos(\theta - \epsilon) - n_r}{\cos \epsilon} - 1 + n_r \right] = \\ &= \frac{2e}{\lambda} n_a \left[1 - n_r - \cos \theta - \frac{\sin \theta \sin \epsilon - n_r}{\cos \epsilon} \right] = \\ &= \frac{2e}{\lambda} n_a \left[1 - n_r - \cos \theta - \frac{\sin^2 \theta - n_r^2}{n_r \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{n_r^2}}} \right] = \end{aligned}$$

$$\boxed{j(\theta) = \frac{2e}{\lambda} n_a \left[1 - n_r - \cos \theta + \sqrt{n_r^2 - \sin^2 \theta} \right]} \quad 7.17$$

$j(\theta)$ es una función monótonamente creciente con θ por lo cual determina una relación unívoca entre el ángulo girado y el cambio en el número de orden interferencial. Este cambio es lento al co-

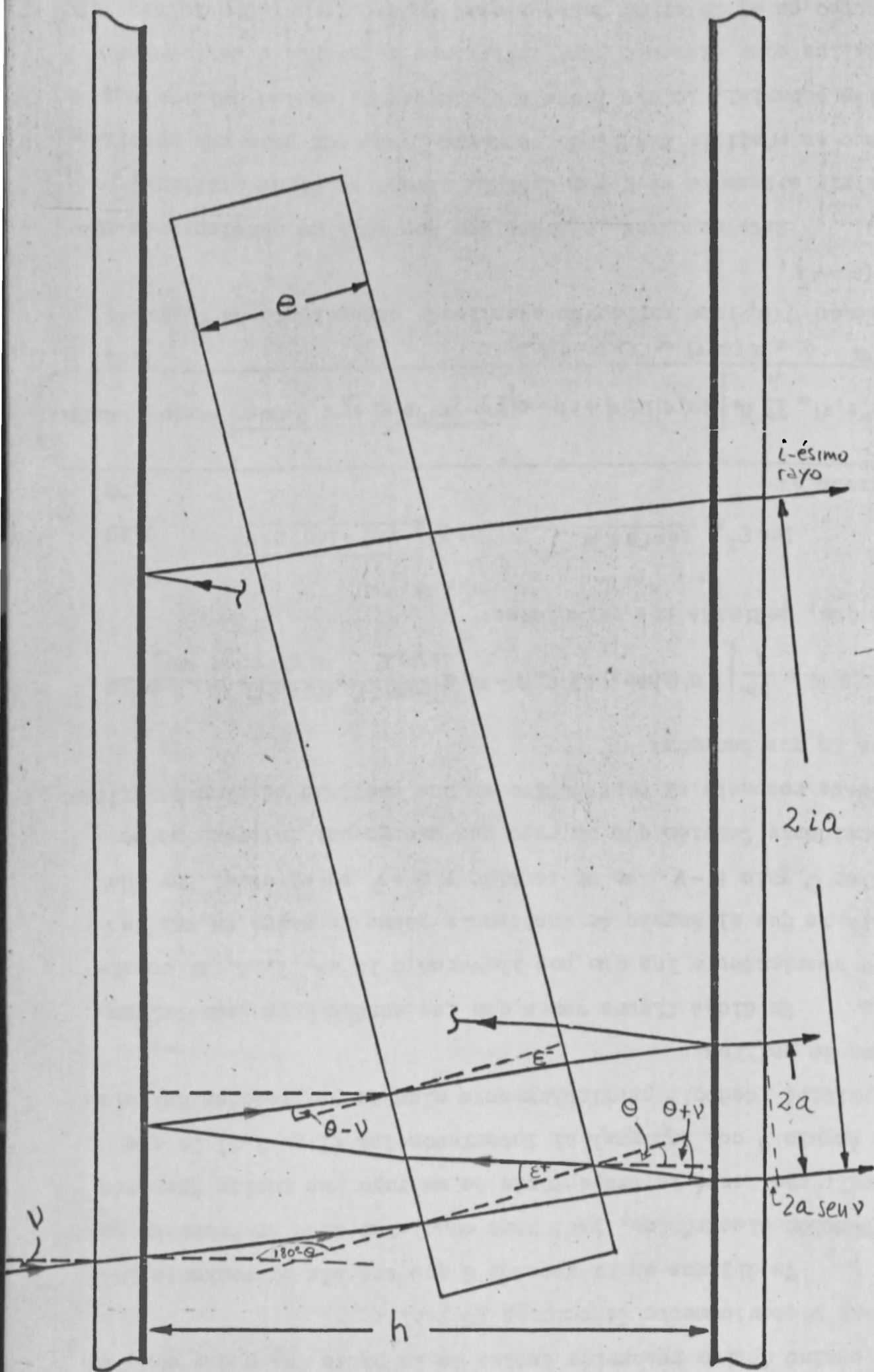


Fig. 7.5: Recorrido efectuado por un rayo que incide formando un ángulo v con el eje del interferómetro (LEOL 1973)

mienzo del barrido angular y se acelera rápidamente para ángulos grandes. Puede entonces medirse j simultáneamente con el ángulo θ para obtener una de las dos magnitudes correspondientes al camino óptico recorrido dentro de la placa (n_p o e) como veremos posteriormente (secciones 10 y 11).

Ya dijimos en la sección 6 que era más conveniente la detección electrónica, pero para completar este tratamiento general, analizaré la trayectoria de un rayo que incide formando un ángulo ν con la normal al interferómetro (fig. 7.5) lo que permitirá deducir particularmente algunas propiedades del sistema de anillos.

En dicha figura vemos que las condiciones geométricas son semejantes a las que nos llevaron a la ec. 7.15, si consideramos que el ángulo de incidencia sobre la placa en vez de valer θ vale $\theta - \nu$ en un sentido y $\theta + \nu$ en el otro. Hay que considerar también que un rayo que emerge del interferómetro atrasa respecto al consecutivo en una cantidad adicional $2a|\text{sen}\nu|$, con lo que tenemos:

$$\delta(\theta, \nu) = \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ 2n'_r a |\text{sen}\nu| + 2n_a h - n_a e \left[\frac{\cos(\theta - \nu - \epsilon)}{\cos \epsilon} + \frac{\cos(\theta + \nu - \epsilon)}{\cos \epsilon} + \frac{n_p + n_p}{\cos \epsilon} \right] \right\} \quad 7.18$$

la que, mediante las relaciones:

$$n_r = n_p / n_a, \quad n'_r = n' / n_a$$

$$\text{sen} \epsilon^\pm = \frac{\text{sen}(\theta \pm \nu)}{n_r} \rightarrow \cos \epsilon^\pm = \frac{\sqrt{n_r^2 - \text{sen}^2(\theta \pm \nu)}}{n_r} \quad 7.19$$

llevan a:

$$7.20$$

$$\delta(\theta, \nu) = \frac{2\pi}{\lambda} n_a \left\{ 2n'_r a |\text{sen}\nu| + 2h - e \left[\sqrt{n_r^2 - \text{sen}^2(\theta - \nu)} + \sqrt{n_r^2 - \text{sen}^2(\theta + \nu)} - \cos(\theta - \nu) - \cos(\theta + \nu) \right] \right\} \quad 7.21$$

con $a = a(\theta, \nu) \propto \tan \nu \cdot \eta(\theta, \nu)$

siendo $\eta(\theta, \nu)$ una expresión complicada dependiente de $n_r, (\theta + \nu)$ y $(\theta - \nu)$.

Esto resultado expresa que los anillos mantienen su simetría solamente en forma radial, siendo su forma elíptica, pero su análisis detallado es dificultoso aún para una aproximación paraxial, lo que lleva a descartar el empleo del sistema de anillos como elemento para determinar la magnitud del camino óptico en el interior de la placa. Queda sin embargo la ec. 7.20 como una expresión útil para un análisis posterior.

7.4 Análisis de la fineza para incidencia al ángulo de Brewster

La expresión 7.10 nos muestra los factores que afectan a la fineza debidos a la presencia del material traslúcido. Normalmente, si la placa es de vidrio y el medio que la rodea es aire, los factores de absorción t_a y t_p valen muy aproximadamente 1, siendo entonces t_{π} quien más afecta a la fineza. Como caso particular, si la luz incide polarizada paralelamente a su plano de incidencia, cuando θ se aproxima al ángulo de Brewster tampoco $t_{\pi//}$ afectará a \bar{f} y ésta quedará limitada sólo por la reflectividad de los espejos y los factores de calidad de éstos, a los que debe sumarse en forma semejante factores de calidad de las dos superficies pulidas de la placa, en total analogía con lo expresado en la sección 6.4.

Queda señalado pues que, en este caso particular, podría alcanzarse una fineza \bar{f}_m mayor que en los otros casos posibles, lo que permitiría reducir consecuentemente al error Δj en el final de la cuenta de j .

7.5 Apertamiento de la posición de paralelismo ideal entre las superficies de la lámina.

Es posible para un buen taller de óptica realizar superficies bien planas y pulidas, pero es dificultoso lograr el paralelismo perfecto entre las dos caras de una lámina. Puede entonces derivarse una ecuación que indique el camino óptico para el caso de que exista un ángulo χ entre las dos superficies. Esta ecuación será función del espesor de la lámina en el punto de incidencia de la luz, del ángulo χ , de la ubicación de la lámina respecto al eje de giro χ , naturalmente, del índice de refracción.

Andreasson et al. (REF. 4.10) obtienen dicha ecuación para un pasaje simple, en aproximación de $\chi \ll 1$ y para puntos de incidencia alejados del centro de rotación, ubicado éste en algún punto entre las dos caras de la lámina. Sus consideraciones son interesantes y expresan que, siendo $\chi \ll 1$, si se ubica al punto de incidencia en la superficie π justamente sobre el eje de giro bastaría con que π fuese de buena planitud y el ángulo no afectaría los resultados de la medición de n_p , hecha mediante un do-

ble barrido angular que siempre se refiere al espesor en la zona recorrida por la luz.

Esta zona tiene la forma, en sección longitudinal, de un triángulo rectángulo con un vértice en Π y dos en Π' . Por ello basta con que la lámina posea un segmento bien pulido en Π' cuyo ancho sea algo mayor que el del haz del láser a emplear y cuyo largo sea semejante al espesor de la lámina, requiriéndose para Π sólo una pequeña zona pulida algo mayor en diámetro que dicho haz.

El método aquí descrito presenta una característica muy útil porque permite ubicar la lámina logrando a voluntad el paralelismo entre las superficies EFP 1, EFP 2, Π o Π' , con la exactitud interferencial dada en la sección 6.5.

Se podría además, con los elementos dados en esta sección 7, estudiar la posibilidad de tomar una muestra en bruto del material y colocarla en un recipiente de caras bien pulidas, rellenándolo con un medio cuyo índice de refracción pueda asemejarse mucho al de la muestra. Así podría medirse n_p sobre la muestra con un error que dependerá de la semejanza entre ambos índices de refracción y de la magnitud del espesor rellenado.

8. ALINEACIÓN DEL MATERIAL TRASLUCIDO RESPECTO DEL INTERFERÓMETRO

Los fundamentos de la alineación que describiré, han sido dados a la sección 6. En efecto, tratándose de una muestra en forma de placa cuyas caras están muy bien pulidas y paralelas, la condición inicial de alineación corresponde al caso en que ambas caras están perfectamente paralelas a los espejos, como muestra la figura:

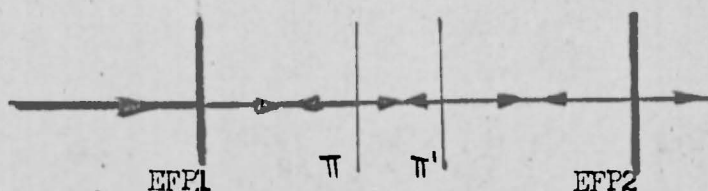


Fig. 8.1 (LEOL 1975)

Esta posición da lugar a cinco nuevas cavidades interferométricas de Fabry-Perot particulares: dos de ellas formadas entre las superficies reflectoras EFP 1 y π , y entre π' y EFP 2, otras dos entre EFP 1 y π' y entre π y EFP 2, y, finalmente, una entre π y π' . Todas ellas son capaces de crear su propio sistema de anillos, con diferentes intensidades. La del último es la menor, pues su valor comparativo es \bar{K}_{π}^2 , mientras que el de las otras cuatro puede estimarse también comparativamente como $K_{\pi} R$, siendo aquella por lo menos diez veces menor que las cuatro restantes, y éstas a su vez más de diez veces menor que la del sistema principal.

Estos sistemas secundarios de anillos podrían centrarse a simple vista, como primera aproximación, pero es más simple y preciso detectarlos fotoelectrónicamente. En efecto, al aproximarse la placa a la posición inicial correcta, las reflexiones secundarias se agregan dando una pequeña contribución en energía, fácil de detectar e identificar. Mediante pequeños golpeos aplicados a la placa en su base, ésta oscila alrededor de su posición de equilibrio y ello permite identificar en la pantalla del osciloscopio las variaciones de intensidad debidas a la in-

interferencia entre las reflexiones secundarias. Así puede ubicarse finamente la placa en la posición en la que dichas variaciones son máximas, que corresponde, por lo expresado en la sección 6.5, al perfecto paralelismo entre las superficies reflectoras, con exactitud mejor que el segundo de arco.

Esta manera de alinear es rápida y no exige casi esfuerzo visual, lo que la hace muy útil para la posterior alineación del goniómetro respecto de la placa.



[Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page]

9. ALINEACIÓN DEL GONIÓMETRO RESPECTO DE LA PLACA

9.1 Análisis general de la rotación de la placa y de las condiciones de simetría existentes.

Luego de haber alineado la placa paralelamente a los espejos del interferómetro de la manera precedentemente detallada, debo considerar la posibilidad de que el eje de giro correspondiente al goniómetro, que llamaré E_g , no coincida con el eje de giro de la placa, al que llamaré E_p y del que daré luego una definición precisa.

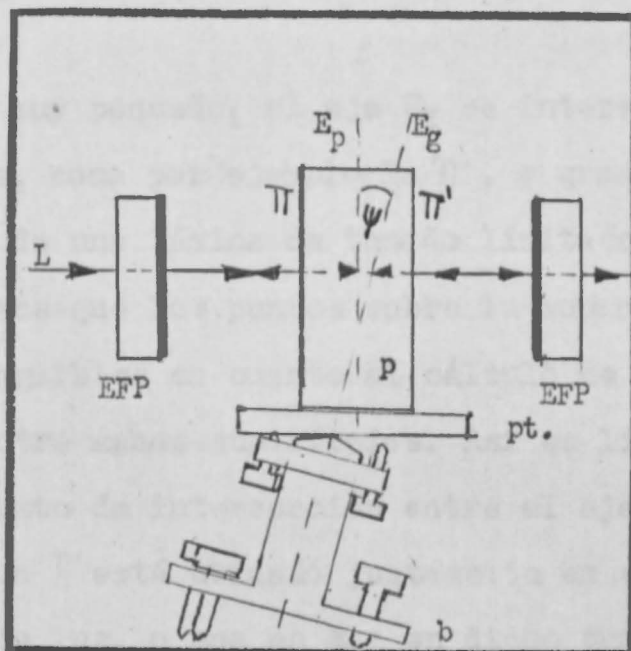


Fig. 9.1 (LEOL 1975): pt. = platina del goniómetro
b = base del goniómetro

Me estoy refiriendo a la situación que ilustra la figura anterior en la que he considerado, como primera instancia, que E_p era una cualquiera de las líneas paralelas a las superficies de la placa.

Mi suposición fundamental radica precisamente en el perfecto paralelismo de estas superficies, que otorga sencillez al cálculo correspondiente. Esta suposición matemática (que indicaré como $\pi // \pi'$) se basa en la calidad de la lámina utilizada (sección 7).

El ángulo ψ es el parámetro que indica la supuesta desviación entre el eje de giro del goniómetro y el de la placa. Por ser un valor fijo en cada medición, incorporaré el subíndice ψ a una magnitud cuando la considere afectada por dicho ángulo.

Volviendo a las condiciones de simetría vemos que, por

ser el eje del interferómetro E_1 la línea normal a ambos espejos por donde pasa el rayo de luz cuando la placa, de caras perfectamente paralelas, está también en perfecto paralelismo a los espejos, existe una total simetría de rotación alrededor de este eje.

Podemos entonces elegir al eje de coordenadas z coincidente con E_1 , al eje de coordenadas y como el eje ortogonal al z que pertenece al plano determinado por E_1 y E_g , o sea que está en la dirección correspondiente a la proyección de E_g sobre el plano perpendicular a E_1 . El eje de coordenadas x está así ya determinado.

Por ser Ψ muy pequeño, el eje E_g se intersecta con una de las superficies, como por ejemplo la π , a gran distancia de los puntos reales de una lámina de tamaño limitado, pero la suposición $\pi // \pi'$ hace que los puntos sobre la superficie de la lámina sean indistinguibles en cuanto al cálculo de distancias de un punto a otro entre ambas superficies. Así es lícito operar suponiendo que el punto de intersección entre el eje del goniómetro y la superficie π está ubicado justamente en el punto de incidencia del rayo de luz, o sea en E_1 ; en dicho punto ubicaremos el origen de coordenadas O .

Habiendo definido así al sistema de coordenadas, puedo ahora definir al versor "eje de la placa", \vec{E}_p , como aquél que pertenece al plano π y al plano determinado por E_g y E_1 . El versor normal de la placa, \vec{N}_p es entonces el normal a la placa con origen en O .

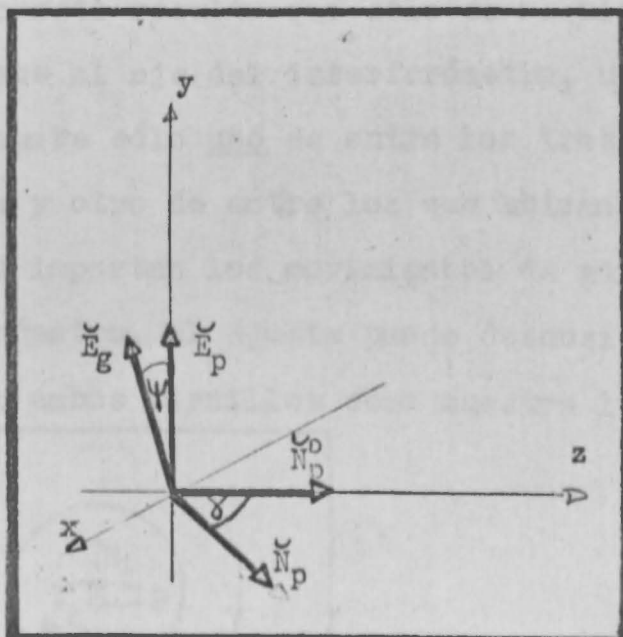


Fig. 9.2 (IEOL 1975)

En la figura anterior vemos la ubicación de los versores, siendo \vec{E}_g el versor ubicado en la dirección de E_g y con origen en O . \vec{E}_g estará entonces, por definición del eje de coordenadas, en el plano yz , mientras que la posición de \vec{E}_p será inalterable en la medida que lo sea la alineación interferométrica entre la placa y el interferómetro, ya descrita en la sección 8,

Destaco nuevamente el hecho de que si se modificase ψ mediante los tornillos de ajuste del goniómetro, con la intención de reducir su magnitud, la reubicación automática del eje de coordenadas debida a su definición y al reajuste interferométrico de la posición inicial de la placa, no implica cambio alguno en las expresiones concernientes al cálculo y, en particular, siempre será nula la componente de \vec{E}_g según el eje x .

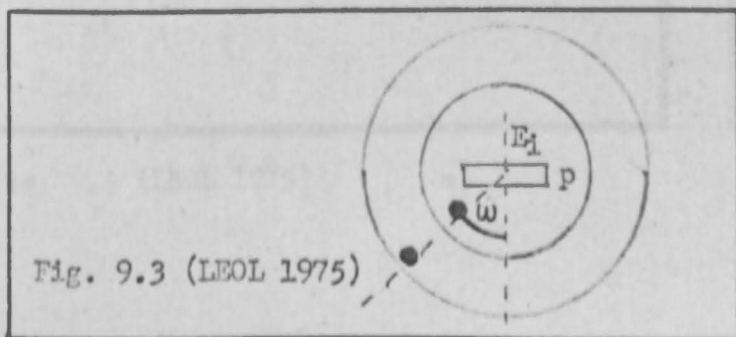
La rotación alrededor de \vec{E}_g será un vector proporcional a \vec{E}_g y puede descomponerse en componentes E_{gx} , E_{gy} , E_{gz} según cada uno de los ejes de coordenadas, por lo que, sin considerar su valor, puedo igualmente afirmar lo siguiente:

E_{gy} debiera corresponder a toda la rotación de ángulo θ , lo que correspondería a la situación ideal de alineación perfecta.

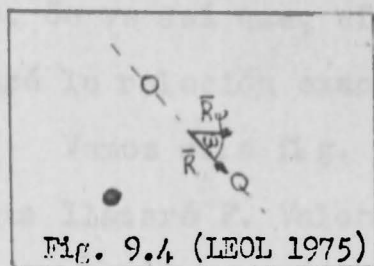
E_{gz} no altera el camino óptico por la simetría de rotación alrededor del eje z , pero lleva a error porque entonces el ángulo girado alrededor del eje del goniómetro no es empleado enteramente en modificar al camino óptico.

E_{gx} es nula, por la definición del eje y , que considera que el sistema de coordenadas se autoajusta luego de cada paso tendiente a la anulación de ψ .

Como consecuencia de esto resulta que sólo se requiere alinear a \vec{E}_g perpendicularmente al ojo del interferómetro, ubicando para ello convenientemente sólo uno de entre los tres tornillos que ubican la platina y otro de entre los que ubican la base del goniómetro. Como no importan los movimientos de giro alrededor del ojo del interferómetro, el ajuste puede desensibilizarse adecuadamente ubicando ambos tornillos como muestra la figura:



Llamando ω al ángulo de desensibilización del ajuste en Ψ , tenemos que para casos como el de los tres tornillos calantes de la figura siguiente es:



$$R_{\Psi} = R \cos \omega$$

9.1

Fig. 9.4 (LEOL 1975)

donde se considera que las pequeñas rotaciones involucradas son vectores, por lo que la rotación efectiva R_{Ψ} es la que efectúa el tornillo de ajuste desensibilizada por el coseno de ω . De este resultado se obtiene que es posible desensibilizar en un factor 10 si ω vale 84° .

9.2 Diferencia entre el camino óptico verdadero y el medido, debido a una desalineación placa-goniómetro.

Como se vio en la fig. 9.2 el ángulo formado entre la normal a la placa y el eje del interferómetro no vale Θ sino γ , un valor que, como veremos, es menor que Θ a menos que Ψ sea exactamente nulo. En la fig. 9.5 está ilustrada la situación, en la que \vec{N}_p , la normal a la placa, gira alrededor de \vec{E}_g manteniéndose a un ángulo $90^{\circ} + \Psi$ de éste, que corresponde a la posición inicial \vec{N}_p^0 en la que \vec{N}_p también pertenece al plano yz.

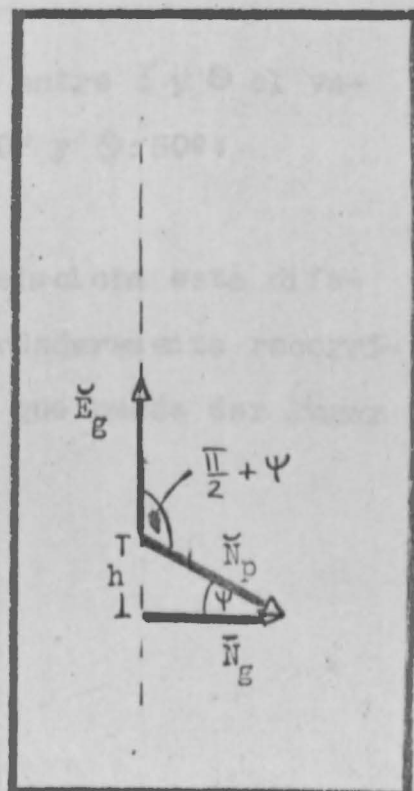
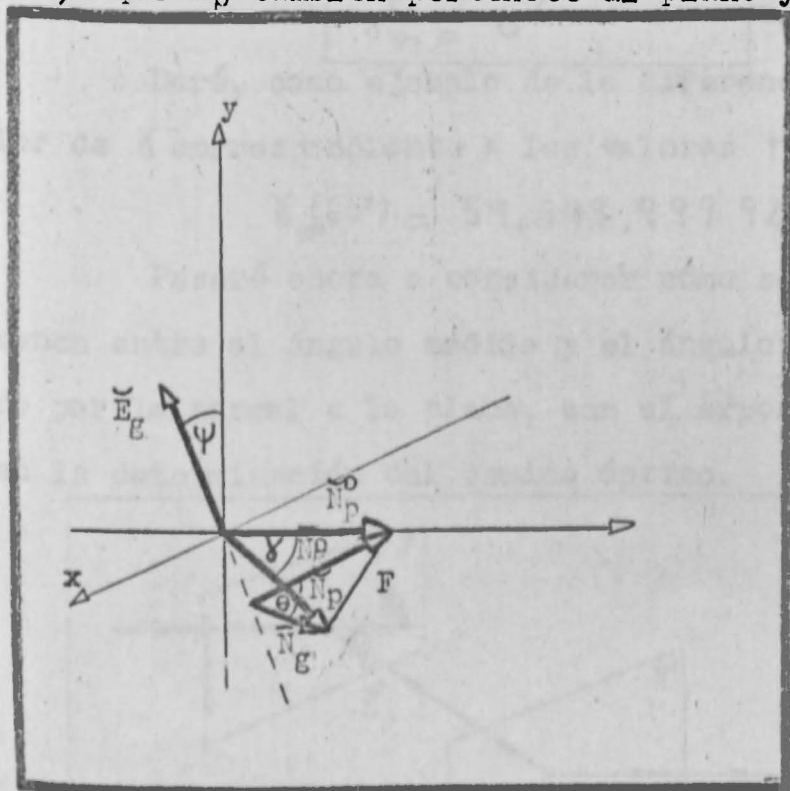


Fig. 9.5 (LEOL 1975)

a)

b)

De esta manera, por ser Θ el ángulo de giro alrededor de \check{E}_g , es el ángulo formado entre las normales a \check{E}_g que pasan por los extremos de \check{N}_p y \check{N}_g , a las que llamaré \bar{N}_g y \bar{N}_p respectivamente. Se ve así que, efectivamente, siempre será $\gamma \leq \Theta$, y ahora hallaré la relación exacta entre γ y Θ , o sea, la función $\delta(\Theta)$.

Vemos en la fig. 9.5 a) que γ y Θ subtenden la misma flecha que llamaré F . Valen entonces las relaciones:

$$\text{sen } \frac{\gamma}{2} = \frac{F/2}{N_p} \quad ; \quad \text{sen } \frac{\Theta}{2} = \frac{F/2}{N_g} \quad 9.2$$

de las que se obtiene:

$$\text{sen } \frac{\gamma}{2} = \frac{N_g}{N_p} \text{sen } \frac{\Theta}{2} \quad 9.3$$

Si observamos la fig. 9.5 b), que corresponde al plano que contiene a \check{N}_p y \bar{N}_g , veremos que:

$$\frac{N_g}{N_p} = \cos \Psi \quad 9.4$$

y entonces sabemos finalmente que:

$$\gamma = \gamma_\Psi(\Theta) = 2 \text{ arc sen} \left(\cos \Psi \text{sen } \frac{\Theta}{2} \right) \quad 9.5$$

que cumple con las condiciones:

$$\begin{aligned} \gamma &\rightarrow \Theta & \text{si} & \Psi \rightarrow 0 \\ \gamma &\leq \Theta \\ \gamma_\Psi &= \gamma_{-\Psi} \\ \gamma_{\pi/2} &= 0 \end{aligned}$$

Daré, como ejemplo de la diferencia entre γ y Θ el valor de γ correspondiente a los valores $\Psi = 10''$ y $\Theta = 60''$:

$$\gamma_{10''}(60'') = 59,999\,999\,92''$$

Pasaré ahora a considerar cómo se relaciona esta diferencia entre el ángulo medido y el ángulo verdaderamente recorrido por la normal a la placa, con el error a que puede dar lugar en la determinación del camino óptico.

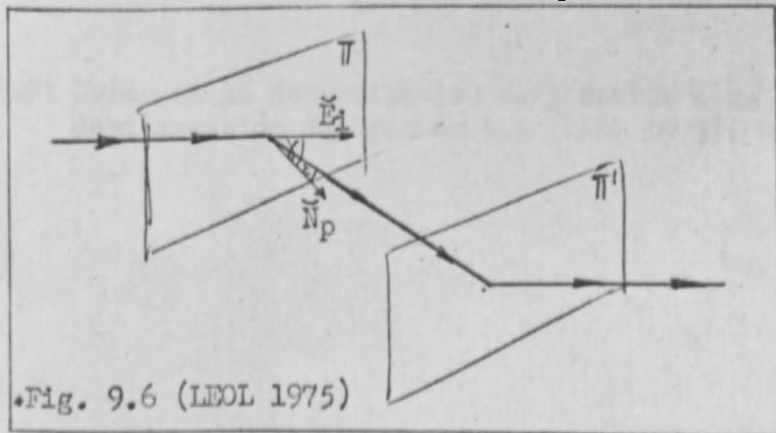


Fig. 9.6 (LEOL 1975)

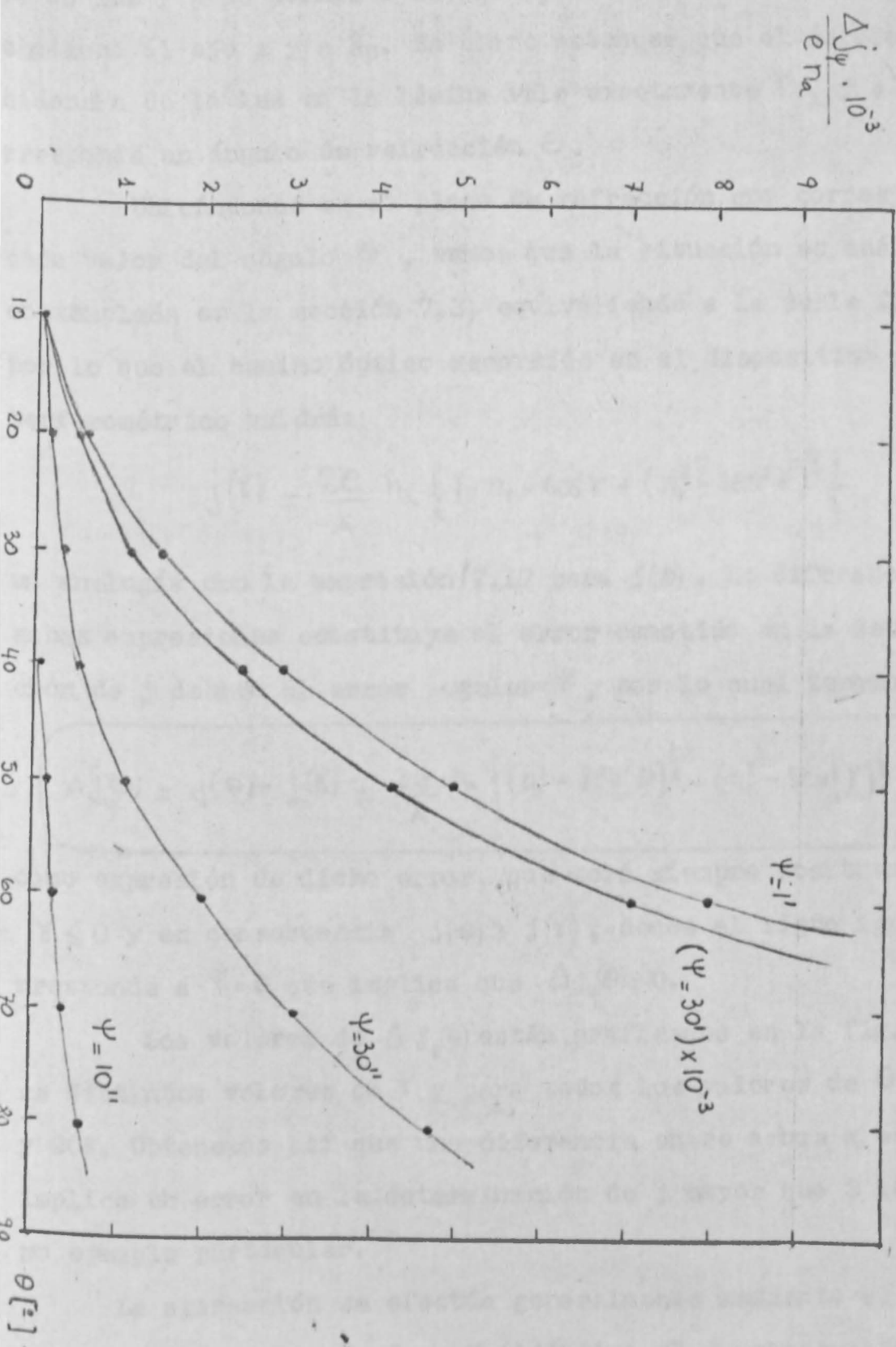


Fig. 9.7: Error en la determinación de j debido a un error ψ de desalineación del goniómetro (LEOL 1975). ($n = 1,5$)

En la figura anterior vemos cómo incide la luz formando el ángulo γ con la normal a la placa. De acuerdo a las leyes de refracción, ésta se produce en el mismo plano que contiene al rayo de luz y a la normal a la placa, que en este caso es el que contiene al eje z y a N_p . Es claro entonces que el ángulo de incidencia de la luz en la lámina vale exactamente γ , y a él corresponde un ángulo de refracción ε .

Ubicándonos en el plano de refracción que corresponde a cada valor del ángulo Θ , vemos que la situación es análoga a la contemplada en la sección 7.3, equivaliendo a la de la fig. 7.4 por lo que el camino óptico recorrido en el dispositivo goniointerferométrico valdrá:

$$j(\gamma) = \frac{2e}{\lambda} n_a \left\{ 1 - n_r - \cos \gamma + (n_r^2 - \sin^2 \gamma)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad 9.6$$

en analogía con la expresión 7.17 para $j(\Theta)$. La diferencia entre ambas expresiones constituye el error cometido en la determinación de j debido al error angular Ψ , por lo cual tenemos:

$$\Delta j_{\Psi}(\Theta) = j(\Theta) - j(\gamma) = \frac{2e}{\lambda} n_a \left\{ (n_r^2 - \sin^2 \Theta)^{\frac{1}{2}} - (n_r^2 - \sin^2 \gamma)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad 9.7$$

como expresión de dicho error, que será siempre positiva por ser $\gamma \leq \Theta$ y en consecuencia $j(\Theta) \geq j(\gamma)$, donde el signo igual corresponde a $\Psi = 0$ que implica que $\Delta j_{\Psi}(\Theta) = 0$.

Los valores de $\Delta j_{\Psi}(\Theta)$ están graficados en la fig. 9.7 para distintos valores de Ψ y para todos los valores de Θ entre 0° y 90° . Obtenemos así que una diferencia entre ambos ejes de $30''$ implica un error en la determinación de j mayor que $3 \cdot 10^{-3}$, como ejemplo particular.

La alineación se efectúa generalmente mediante el método llamado "del ocular de Gauss" (idéntico al de alineación de un prisma en un goniómetro) que consiste en hacer coincidir por autocolimación la imagen de un retículo luminoso, ubicado en el ocular del anteojo del goniómetro, con su imagen reflejada en una superficie plana de la muestra, para tres posiciones angularmente equidistantes en el limbo graduado. Así se alinea primeramente la platina y luego puede ajustarse al sistema com-

pleto placa-goniómetro con el interferómetro por medio de los tornillos de ajuste de la base del goniómetro.

Los métodos de autocolimación son suficientes si el anteojo autocolimador que se emplea es de buena calidad, pero requiere una tarea engorrosa porque la imagen reflejada del retículo tiene mucha menos intensidad que la directa y porque para ajustar con exactitud en las tres posiciones del goniómetro se necesita iterar entre éstas repetidas veces. Además, por tratarse de un ajuste de alta precisión mecánica, esta precisión es requerida no sólo en los tornillos de ajuste de la base y la platina sino también en los del anteojo. Es importante hacer notar que para lograr un ajuste angular de unos $30''$ los tornillos involucrados deben tener una calidad casi micrométrica, que no es usual. Efectivamente, suponiendo una pequeña rotación simple originada por un pequeño movimiento longitudinal a tornillo sobre un brazo de palanca de 5 cm, el desplazamiento del tornillo para el cual se gira $30''$ es de unos $8 \mu\text{m}$.

La importancia del análisis al que estoy dedicando esta sección se hace ahora evidente: Si el ajuste placa-goniómetro no es realizado con suficiente exactitud, dará lugar a un error sistemático difícil de detectar cuya consecuencia será que, para una misma medición, el camino óptico medido será levemente menor para ángulos finales mayores. Este error podría entonces pasar desapercibido y, además, no puede eliminarse aún con el método a doble barrido angular empleado por Andreasson et al. (REF. 4.10, ec. 6).

La solución a este problema del tedioso y hasta insuficiente sistema de alineación por autocolimación, creo haberlo encontrado analizando la naturaleza misma del error, siguiendo el sabio principio de utilizar los defectos como ventajas. Efectivamente, si la consecuencia más notable de este error se halla en la reducción del camino óptico, es posible obviar la alineación por autocolimación y reemplazarla por una alineación netamente interferencial,

Esta alineación consiste en ajustar interferométrica-

mente la posición inicial de la placa y luego girarla hasta un ángulo Θ grande cuyo valor exacto no interesa pero que debe ajustarse finamente de la siguiente manera: La intensidad resultante deberá tener un valor intermedio entre máximo y mínimo, siendo preferible el punto de mayor pendiente (determinado mediante vibraciones). Además deberá saberse si para un camino óptico creciente (por pequeño incremento de Θ) dicha intensidad es creciente o decreciente. En esta posición se efectúa un pequeño reajuste con el tornillo de la base del goniómetro en el sentido que haga aumentar el camino óptico. Como entendemos de las figuras 9.2 y 9.5, si este reajuste es menor que Ψ , tenderá a la correcta ubicación del eje del goniómetro, pues una reducción en Ψ implica un aumento de χ tendiente a Θ , y consecuentemente del camino óptico, en forma biunívoca y válida tanto para los valores positivos de Ψ como para los negativos.

Luego de este primer reajuste se hace necesario reajustar la posición inicial de la placa (sección 8) mediante el tornillo correspondiente de la platina del goniómetro, y repetir todo el proceso iterativamente unas pocas veces, pues sólo se deben coordinar dos grados angulares de libertad.

Así obtuve una manera de alinear también interferométricamente al goniómetro, de modo que todo el proceso de alineación pueda hacerse sin agregar instrumental y con las siguientes ventajas sobre otros procesos como el de autocolimación:

- Mayor exactitud, por su carácter interferométrico.
- Mayor sencillez y rapidez, por no incorporar elementos como el anteojo autocolimador con fino ajuste mecánico y porque no involucra a las rotaciones alrededor del eje óptico del interferómetro, que no son necesarias desde el punto de vista interferométrico. Esto redundo en que el ajuste se realiza empleando sólo dos tornillos, uno de la base del goniómetro y otro de la platina, en ventaja respecto de los cinco (o más) tornillos necesarios para autocolimar (tres de la platina y dos del anteojo, más los de la base del goniómetro, de uso en la alineación placa-interferómetro). Es obvia, pues, la economía de elementos mecánicos.

Así concluyo que para considerar al error total Δ_j es necesario estimar el error Ψ de alineación placa-goniómetro. Con este valor debe irse a la curva correspondiente de la fig. 9.7 y ubicar el valor de $\Delta_j(\Theta)$ que corresponde al ángulo Θ a emplearse.

10. LA MEDICIÓN DE ESPESORES.

Estas mediciones fueron hechas a comienzos del año 1971 (REF. 13.1) empleando un dispositivo como el del esquema siguiente:

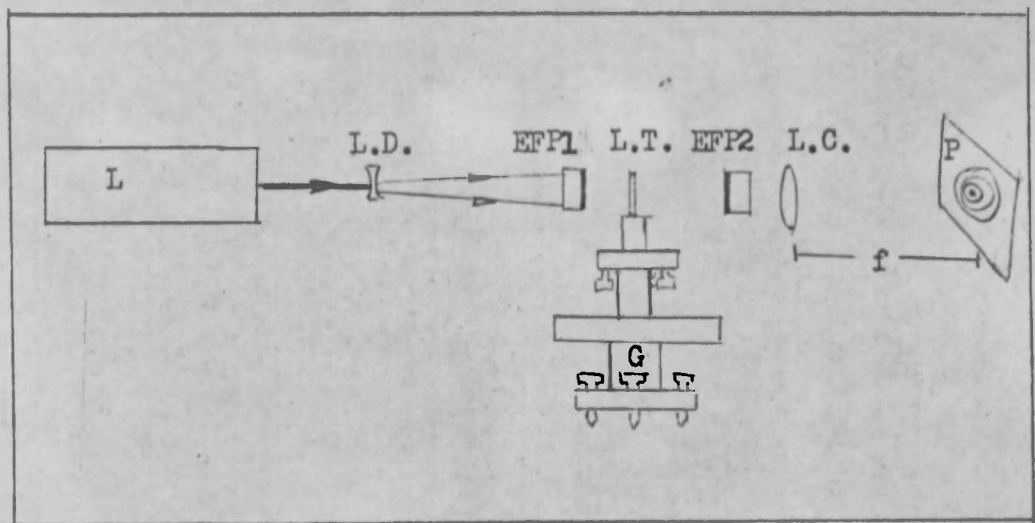


Fig. 10.1 (LEOL 1975)

L: láser de He-Ne, $\lambda=633$ nm, potencia 1 mW, marca Spectra Physics modelo 130 C, de emisión en tres modos longitudinales, cuya fabricación en el país es altamente factible, característica esta que utilizaré a brevedad mediante la sigla (P.F.N.)

L.D.: lente divergente, de fabricación nacional, abrev. (F.N.)

EFP 1,2: espejos de aluminio pulidos a $\lambda/50$, $R \approx 97\%$

L.T.: lámina translúcida de pequeño espesor

G: goniómetro standard marca Atago, exacto en 1'

L.C.: Lente convergente simple, (F.N.)

f: distancia focal de L.C.

P: pantalla o placa fotográfica

La foto siguiente muestra la relativa sencillez del dispositivo empleado, sin incluir aún al goniómetro.

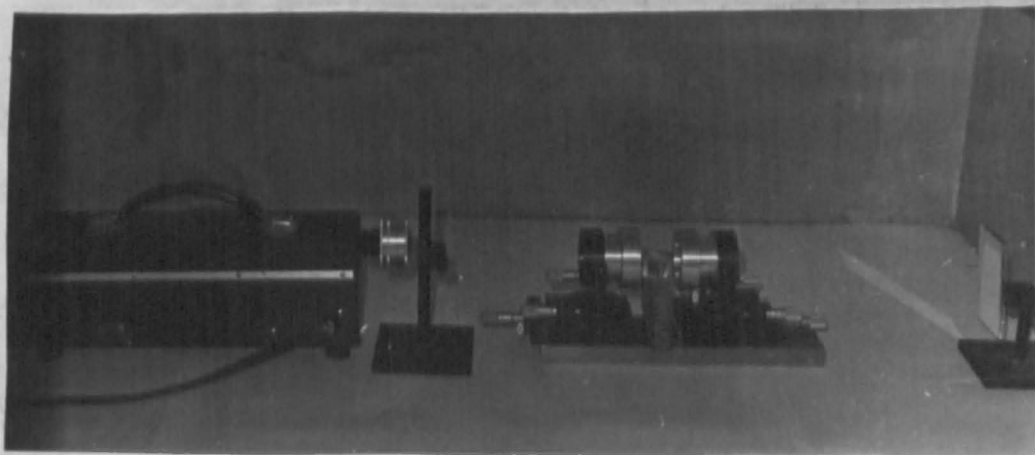


Fig. 10.2 (INOL 1971)

De esta manera pueden observarse sobre la pantalla las variaciones que sufre el sistema de anillos cuando la lámina es rotada y puede contarse el número de anillos generados.. El montaje de la lámina sobre el goniómetro está ilustrado en la foto siguiente:

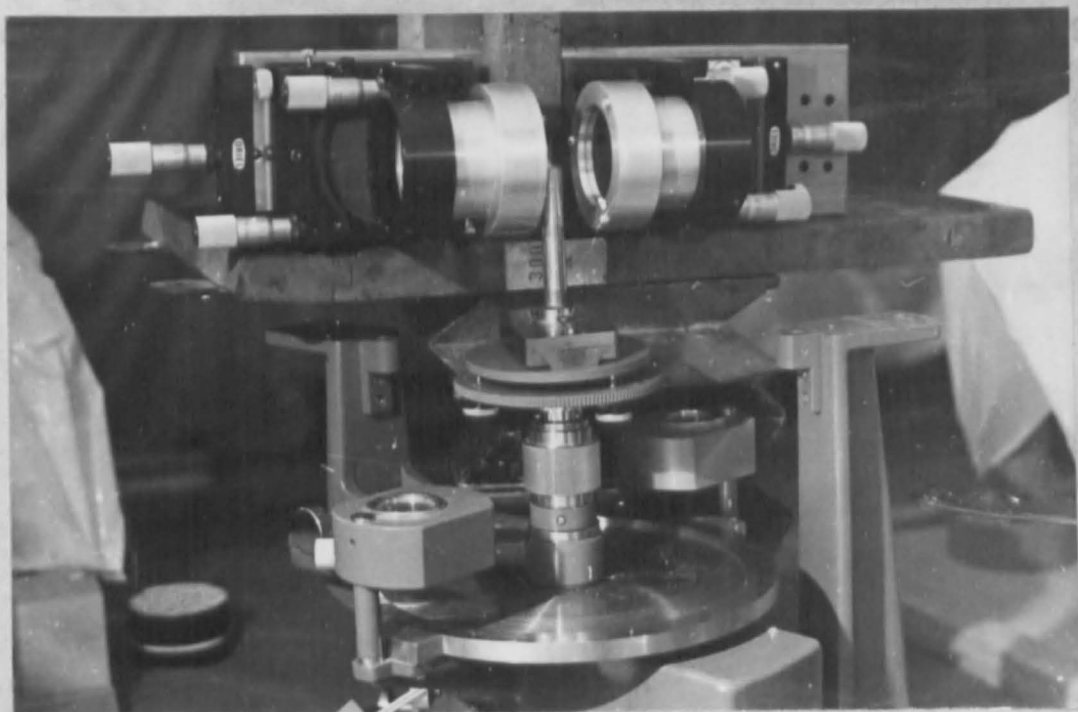


Fig. 10.3 (LEOL 1971)

En ella vemos al goniómetro desprovisto de anteojo y colimador, ya alineada la lámina respecto del goniómetro por el método del ocular de Gauss. El sistema tiene rigidez mecánica porque los dos espejos están montados sobre los soportes de gran calidad que están fuertemente atornillados a una misma base metálica. Cada soporte posee dos tornillos micrométricos para el ajuste angular del espejo y un tercer tornillo micrométrico para traslaciones de hasta 20 mm. Uno de estos dos soportes cuenta con un tornillo desmultiplicador que permite ajustar el largo de la cavidad en fracciones de $\lambda/20$.

Con la disposición de la fig. 10.1 y con los ajustes necesarios (según secciones 6, 7, 8 y 9), vale para la zona central de los anillos la ec. 7.15, por lo que, al girar la lámina la diferencia j en el número de orden interferencial corresponderá a la ec. 7.17, de la que se deduce:

$$e = \lambda j / 2 n_a [1 - n_r - \cos \theta + \sqrt{n_r^2 - \sin^2 \theta}] \quad 10.1$$

Esta ecuación permite medir el espesor en función de las restantes magnitudes. Para analizar esta medición hice el cálculo

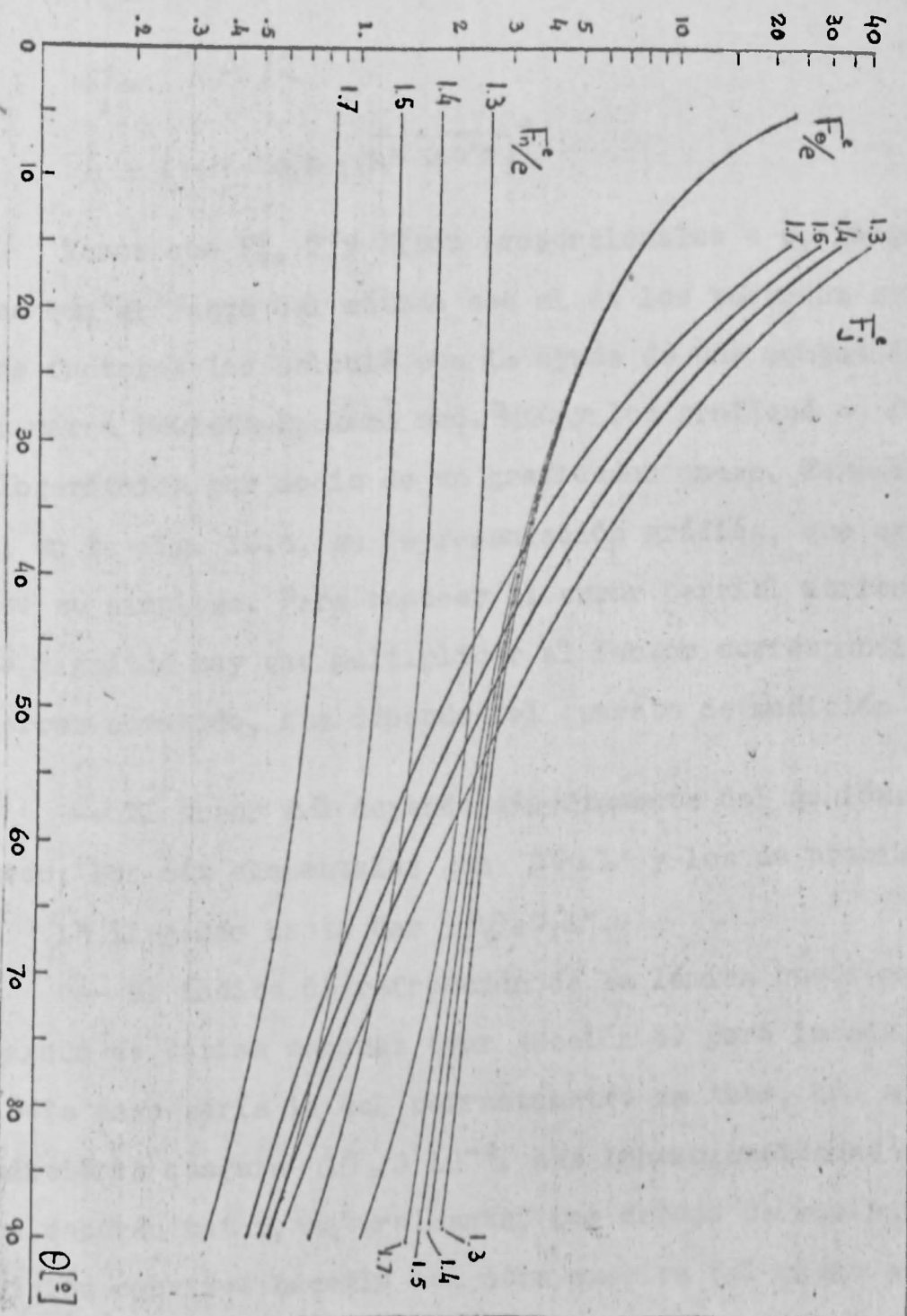


Fig. 10.4 (LOND 1971)

Factores de propagación de errores correspondientes a la medición de espesores. n toma los valores paramétricos típicos 1,3 , 1,4 ,1,5 y 1,7 .

de los factores de propagación de error, esto es, del módulo de cada una de las derivadas parciales, los que designaré por F^e con el agregado de la variable correspondiente como subíndice.

Así:

$$F_{\theta}^e = e A \operatorname{sen} \theta (1 - \cos \theta / \sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2 \theta}) \quad 10.2$$

$$F_n^e = e A [n / \sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2 \theta} - 1] \quad 10.3$$

$$F_{\lambda}^e = e / \lambda \quad 10.4$$

$$F_j^e = \lambda A / 2 \quad 10.5$$

$$\text{con } A = (1 - n - \cos \theta + \sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2 \theta})^{-1} \quad 10.6$$

Vemos que F_{θ}^e , F_n^e y F_{λ}^e son proporcionales a e , lo que explica que el rango del método sea el de los pequeños espesores. Estos factores los calculé con la ayuda de una computadora de esa marca Hewlett-Packard mod. 9100A y los grafiqué en forma semi-logarítmica por medio de un graficador anexo. Tenemos entonces, en la fig. 10.4, su representación gráfica, que excluye a F_{λ}^e por su simpleza. Para conocer el error parcial atribuible a cada magnitud hay que multiplicar al factor correspondiente por el error cometido, que depende del aparato de medición empleado.

-- El error $\Delta \theta$ depende directamente del goniómetro utilizado; los más elementales dan $\Delta \theta = 1'$ y los de precisión dan $1''$ llegando hasta dar $\Delta \theta = 0,1''$.

-- El índice de refracción de la lámina puede medirse por separado de varias maneras (ver sección 4) pero la más sencilla en este caso sería la del refractómetro de Abbe, que en óptimas condiciones asegura $\Delta n = 3 \cdot 10^{-4}$. Las inhomogeneidades de la lámina deberán estar, naturalmente, por debajo de ese valor. Esta medición conviene hacerla con otra muestra del mismo material pero de mayor espesor; si se quisiera podría dársele forma de placa de caras paralelas y medir su índice con el mismo dispositivo goniointerferométrico (sección 11).

-- La medición del valor entero de j no tiene error pero sí lo tiene su parte fraccionaria, según lo dicho en la sección

5.6. Utilizando el sistema de anillos en base a la suposición de que la ec. 6.6 vale porque e es muy pequeño (lo cual es de validez dudosa por lo visto en la sección 7.3) es $\Delta j \sim 10^{-2}$ o si no es $\Delta j = 10^{-2}$ mediante un dispositivo fotoelectrónico sencillo (ver tabla 6.19).

-- $\Delta \lambda$ depende de la estabilidad del láser empleado, siendo suficiente que emita en un solo modo longitudinal y que tenga estabilidad térmica y mecánica para asegurar que $\Delta \lambda = 10^{-6} \lambda$.

En base a estos errores instrumentales y a los factores obtenidos de la fig. 10.4, debe elegirse el mejor ángulo θ con el que terminar el barrido angular. Un valor interesante es $\theta = 60^\circ$ pues, sin ser demasiado grande, es una buena solución de compromiso. Por cierto que un error parcial podría ser mucho más importante que los restantes, como por ejemplo, en las mediciones efectuadas:

10.7

error	sistema de medida	influencia en Δe
$\Delta \theta = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$	goniómetro común	$\Delta e_\theta = 1,3 \cdot 10^3 e$
$\Delta n = 5 \cdot 10^{-4}$	refractómetro de Abbe	$\Delta e_n = 5 \cdot 10^4 e$
$\Delta \lambda = 10^{-6} \mu\text{m}$	<u>láser de He-Ne común, con un gran período de reposo térmico</u>	$\Delta e_\lambda = 10^5 e$
$\Delta j = 5 \cdot 10^{-2}$	fotografía de anillos, comparador Grant	$\Delta e_j = 7 \cdot 10^{-2}$

Las láminas de vidrio utilizadas fueron así medidas con un error total máximo $\Delta e \sim \Delta e_\theta = 1,3 \cdot 10^{-1} \mu\text{m}$ pues su espesor era cercano a unos cien micrometros en todos los casos. Evidentemente, el goniómetro limitaba primordialmente la precisión, siguiéndole el refractómetro y sobrando exactitud en la medición de j . La estabilidad de la longitud de onda constituyó un serio problema, pues no era posible mantener el máximo interferencial inicial durante mucho tiempo por las razones expuestas en la sección 5.6.3. Esto sólo se logró aislando al láser de las corrientes de aire y dejándolo llegar al equilibrio térmico luego de varias horas de funcionamiento. Asimismo el interferómetro en las figs. 10.1 y 10.3 se muestra abierto, pero es conveniente cerrarlo momentáneamente una cámara de material aislante del calor, con dos ventanas

o vidrio común de diámetro semejante al de los espejos, manteniéndose control sobre la temperatura y humedad del aire en el interior de la cavidad. Este control no es difícil de realizar pues puede trabajarse en cualquier temperatura cercana a los 20°C estabilizándola en $\pm 0,2^\circ\text{C}$ mediante un buen termómetro o un dispositivo termosensor electrónico sencillo.

La importancia de conocer la temperatura y mantenerla controlada proviene principalmente del cambio que puede experimentar el índice de refracción del aire que llena la cavidad. Este índice puede obtenerse a la temperatura de trabajo según la tabla de Edlén, o sea, con la ec. siguiente:

$$n_{a,T} = 0,000270 \left[1,0808 / (1 + 0,003671 T) \right] + 1 \quad 10.8$$

El efecto secundario de la temperatura en la lámina misma, por cambio del índice de refracción y por dilatación, es despreciable, pues tiene la forma:

$$\Delta(n_p e) = \left[\alpha(n_p - 1) + \frac{dn_p}{dT} \right] e \Delta T = \Gamma e \Delta T \quad 10.9$$

donde:

α = coeficiente de dilatación

siendo Γ un parámetro menor que 10^{-5} para los vidrios comunes (REF. 4.9.).

La comprobación de la igualdad entre el estado inicial y el final de λ y de h fue hecha colocando el borde de la lámina de modo que ésta tomara una mitad del sistema de anillos, dejando la restante mitad para el recorrido en aire exclusivamente, como muestra la figura:

Fig. 10.5 (LEOL 1971)

De esta manera, los anillos que corresponde al pasaje por el aire permiten conocer y corregir los cambios del camino óptico

debidos a inestabilidad del láser y/o de la cavidad, pero se hace más engorroso el cálculo del excedente fraccionario pues no se puede medir los diámetros D_p sino las diferencias $\Delta D_p = D_{p+1} - D_p$

El interés de esta medición proviene de que así se logra que

$$\Delta j = \Delta j_f + i \Delta j_m \approx 2 \Delta j_f \text{ porque } \Delta j_m \approx \Delta j_f.$$

El barrido angular se hizo mediante un sistema mecánico en el cual una pesa tiraba de un hilo arrastrando suavemente en su caída al limbo del goniómetro, deteniéndose suavemente en una posición Θ a determinar posteriormente.

Las mediciones efectuadas tuvieron carácter demostrativo respecto de las posibilidades del método, pues no interesaba el valor del espesor de ninguna lámina en particular. Por ello no se buscaron condiciones más rigurosas de estabilidad que las mencionadas. Se pudo así elegir mejores procedimientos (como la detección fotoelectrónica y el barrido angular electromecánico, entre otros) que fueron aplicados a la posterior medición de índices de refracción (sección 11).

En consecuencia, puedo asegurar que es posible medir así espesores de láminas de materiales traslúcidos del orden de los 100 μm con exactitud de 0,1 μm , de manera sencilla y sin equipo electrónico. Con procedimientos más perfeccionados, como los de la próxima sección, se podrá obtener:

10.10

$\Delta \theta = 2,1'' = 10^5 \text{ rad}$	$\Delta e_0 = 2 \cdot 10^5 e$
$\Delta n_p = 2 \cdot 10^4$	$\Delta e_n = 2 \cdot 10^4 e$
$\Delta \lambda = 1,3 \cdot 10^8$	$\Delta e_\lambda = 2 \cdot 10^6 e$
$\Delta j = 2 \cdot 10^3$	$\Delta e_j = 2,8 \cdot 10^3$

o sea, una exactitud de unos $3 \times 10^{-3} \mu\text{m}$ correspondiente a espesores menores que 10 μm . Claro que para que esta exactitud tenga sentido el espesor deberá estar igualmente bien definido, si no se obtendrá un valor mayor que el promedio con esa precisión.

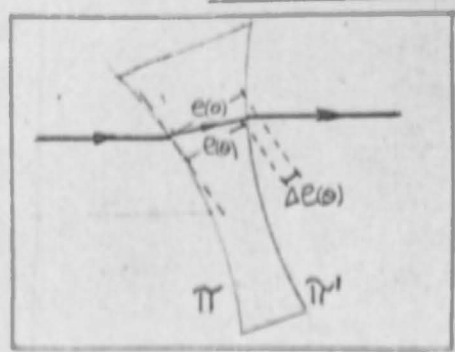


Fig. 10.6 (LEOL 1975)

Como se muestra en la figura anterior, definimos al espesor $e(\theta) = e(\theta) + \Delta e(\theta)$ como el correspondiente al punto (en Π') por donde la luz sale de la lámina, respecto del plano tangente a la lámina por el punto de incidencia en Π . Suponiendo que el espesor presenta variaciones monótonas cualesquiera el espesor que se mide resulta ser:

$$e = e(\theta) + \frac{\Delta e(\theta) (\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} - \cos \theta)}{1 - n - \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \quad 10.11$$

obtenida despreciando el apartamiento de Π' del paralelismo perfecto. El término que multiplica a $\Delta e(\theta)$ es siempre mayor que 1, p. ej., para $n=1,5$ $\theta=60^\circ$ es $e = e(\theta) + 2,7 \Delta e(\theta)$.

Este valor se obtendrá sobre una pequeña porción de la lámina, ya que el desplazamiento lateral del rayo central es menor que el espesor. Esto mismo implica que, si se emplea el rayo directo de un láser, los espejos podrán ser pequeños pues no requerirán un diámetro mucho mayor que el de dicho rayo.

Según la fig. 10.6 el valor "promedio" se obtendrá solamente para la superficie Π' si el punto de incidencia en Π coincide con el eje de rotación, pero incluirá a ambas superficies en los demás casos. Cuanto más pequeño sea el espesor a medir más pequeña será la zona de la lámina utilizada para medir y, como muestra la ec. 10.11, el resultado corresponderá al de una zona casi puntual.

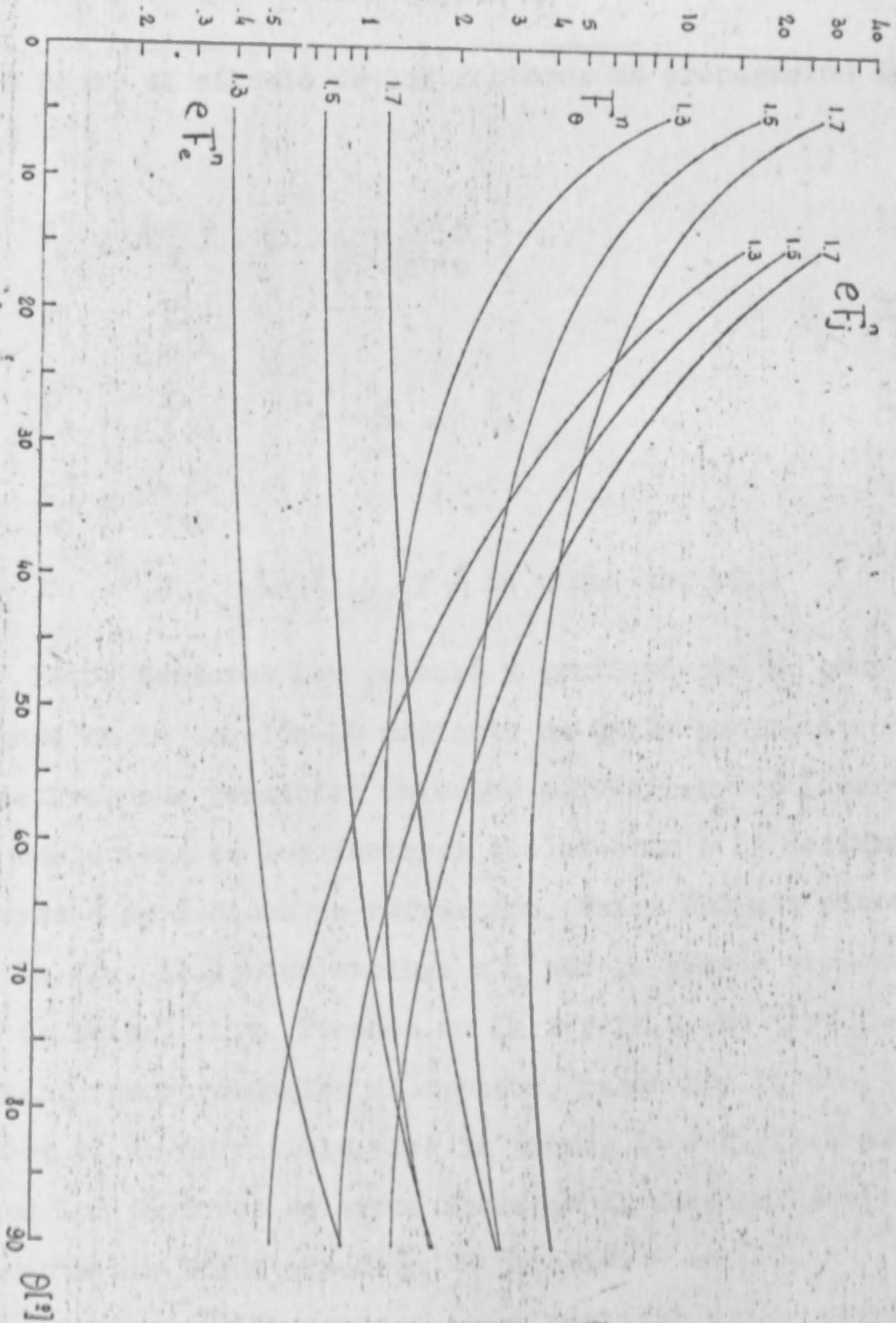


Fig. 11.1 (LEOL 1971)

Factores de propagación de errores correspondientes a la medición de índices de refracción, tomando para estos los valores paramétricos típicos 1,3 , 1,5 y 1,7 .

11. LA MEDICIÓN DE INDICES DE REFRACCIÓN.

La experiencia adquirida en la medición goniointerferométrica de pequeños espesores llevó a mejorar algunos aspectos experimentales y a encarar la medición de índices de refracción. En efecto, siendo válida la ec. 7.17 podemos obtener:

$$n_p = n_a n_r = \frac{n_a}{2} \frac{\text{sen}^2 \theta + (1 - \cos \theta - \lambda / 2e n_a)^2}{1 - \cos \theta - \lambda / 2e n_a} \quad 11.1$$

en cuyo caso, el cálculo de los factores de propagación de errores da:

$$F_\theta^n = \frac{\text{sen} \theta}{2} \cdot \left[B - \frac{2 n_a \cos \theta}{\sqrt{n_r^2 - \text{sen}^2 \theta}} \right] \quad 11.2$$

$$F_e^n = \frac{B}{2eA} \quad 11.3$$

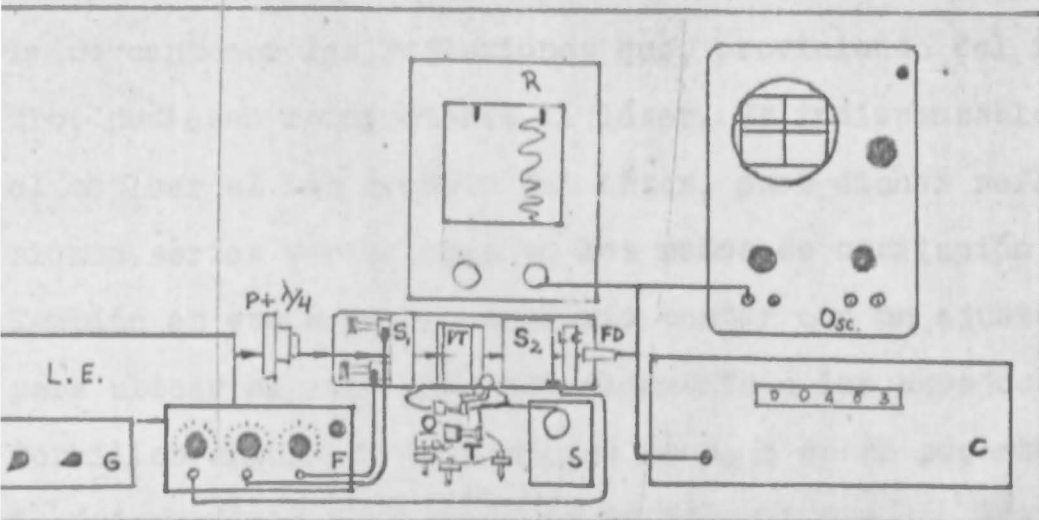
$$F_\lambda^n = \frac{B}{2\lambda A} = F_e^n \cdot \frac{e}{\lambda} \propto F_e^n \quad 11.4$$

$$F_J^n = \frac{\lambda B}{4e} \quad 11.5$$

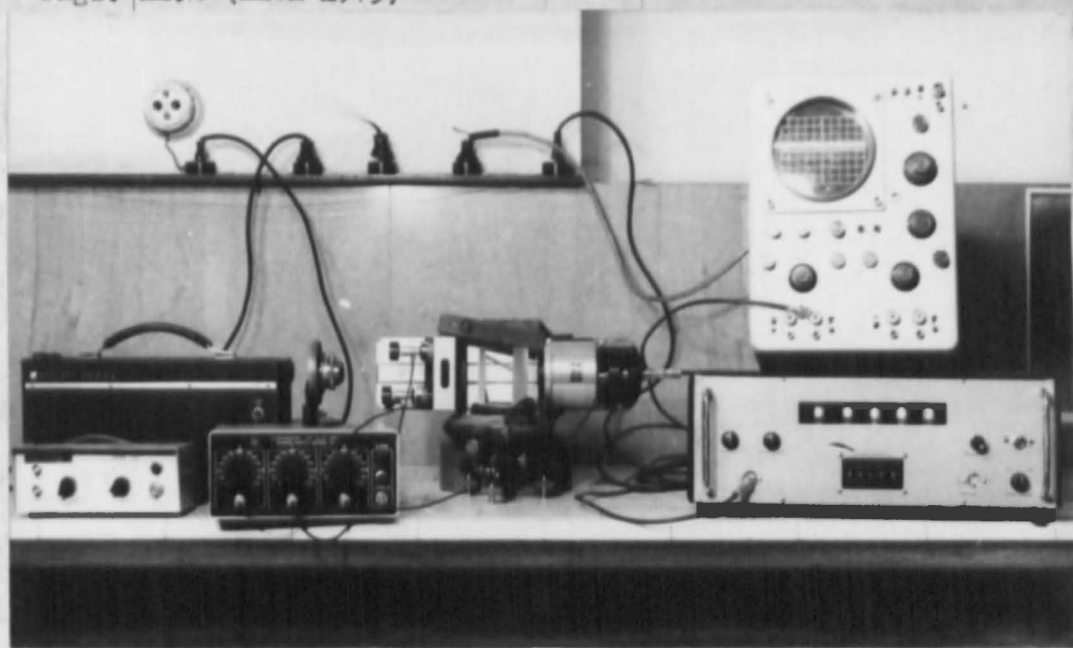
donde $B = n_a \left[1 - \frac{\text{sen}^2 \theta}{(n_r^2 - \text{sen}^2 \theta)} \right]$ y A la misma ec. 10.6

Estos factores los calculé y grafiqué con la computadora citada en la sección 10 mediante un único programa con ocho alternativas que permitían calcular y graficar semilogarítmicamente cualquiera de los factores que afectan a la medición de espesores o de índices de refracción. Estos últimos corresponden a la fig. 11.1, que excluye a F_λ^n por la simple proporcionalidad de la ec. 11.4. Tomemos en 11.3 y 11.5 que F_e^n y F_J^n son inversamente proporcionales al espesor, razón por la cual debe elegirse el mayor posible para la placa. La fig. 11.1 nos muestra que los factores de error decrecen al aumentar θ siendo 60° nuevamente una buena elección "a priori".

La disposición adoptada para realizar estas mediciones fue la de la figura siguiente:



Figs. 11.2 (LEOL 1975)



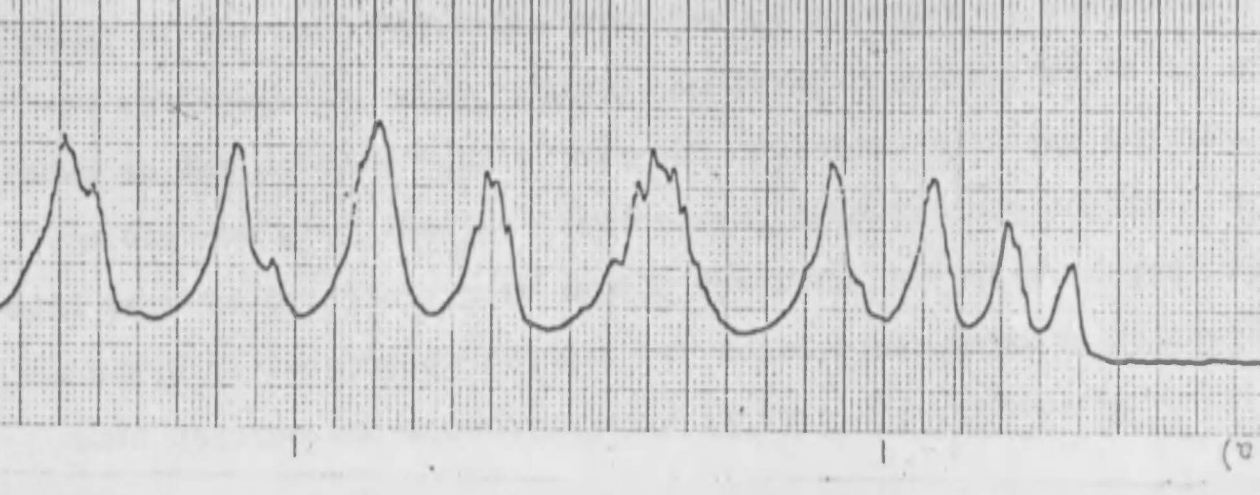
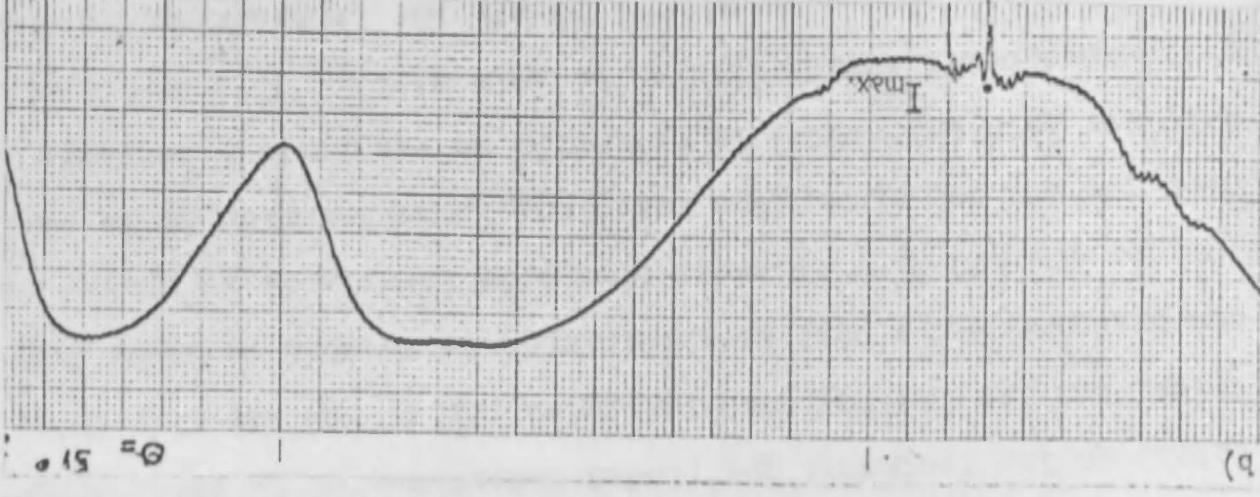
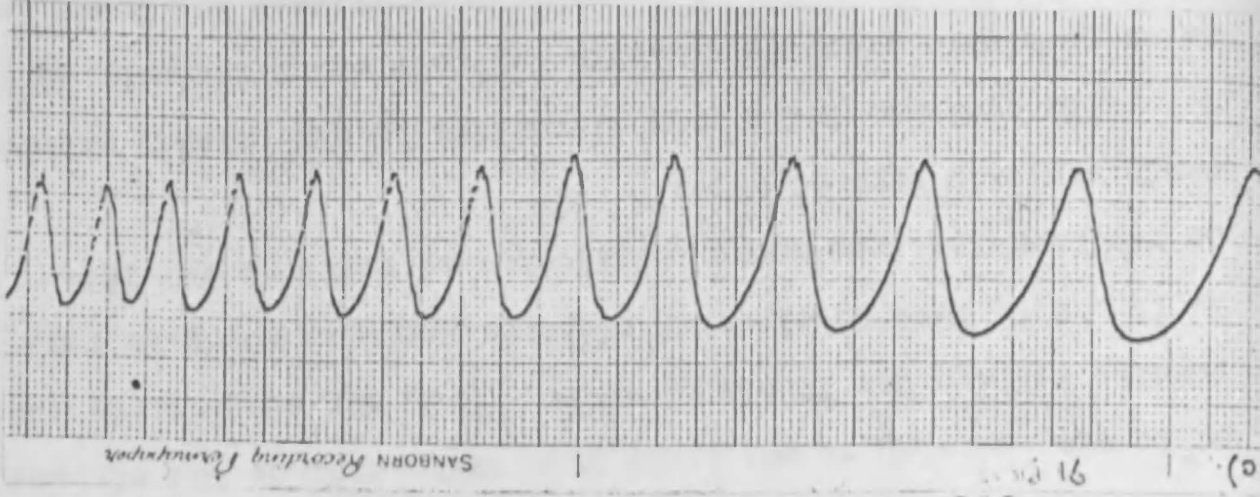
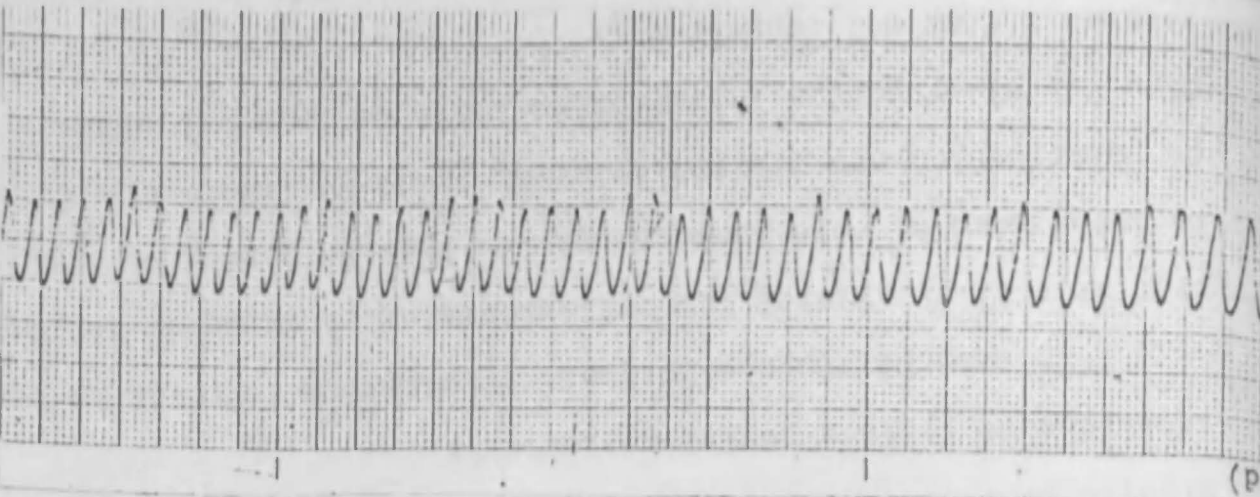
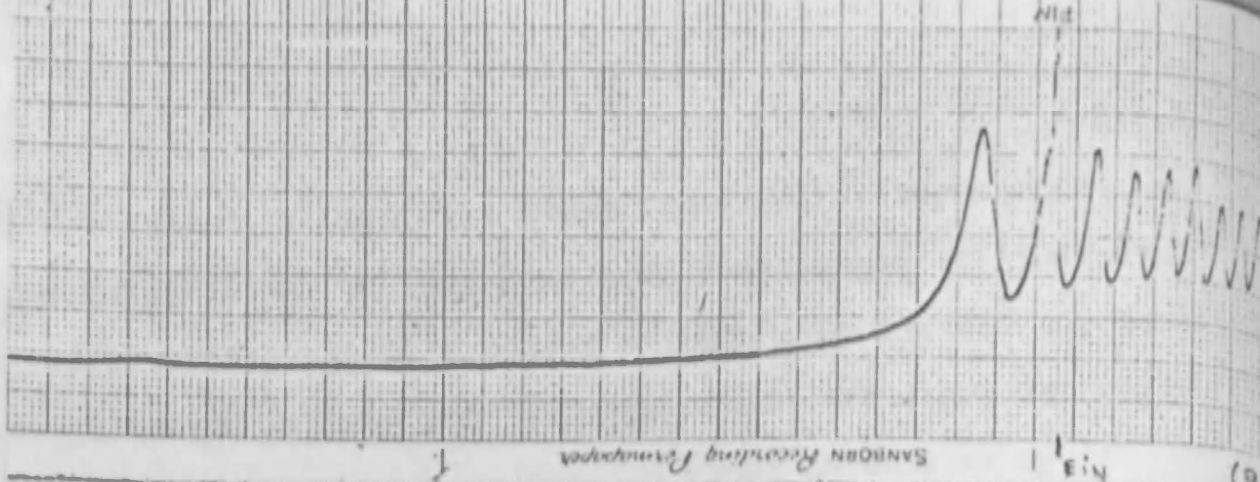
- L.E. Láser estabilizado servoelectromecánicamente, marca Spectra Physics modelo 119, $\lambda = 0,63281924 \mu\text{m}$
- $P+\lambda/4$ Prisma polarizador con tratamiento antireflectante, coordinado con una lámina cuarto de onda de buena calidad, para anular reflexiones.
- S_1 Soporte para espejos con ajustes angulares micrométricos y piezoeléctricos
- S_2 Soporte para espejo con ajuste longitudinal a cristal piezoeléctrico; ambos soportes sostienen espejos de Fabry-Perot con depósito de aluminio, pulidos a $\lambda/50$ con $\tilde{n} = 97\%$.
- PT Placa transparente de vidrio de caras plano-paralelas a $1,5 \lambda$ (F.N.).
- T Base angular de teodolito, exacta en $10''$.
- S Servomecanismo electromecánico para hacer el barrido angular, de fabricación propia (F.N.).
- L.C. Lente convergente de gran abertura para ubicar la luz sobre el detector (F.N.)
- FD Fotodetector (fotodiodo o fotorresistor) (F.N.).
- Osc. Osciloscopio común con etapa amplificadora opcional (P.F.N.)
- C. Contador electrónico de cinco dígitos, con tolerancia a señales espúreas (F.N.)
- R Registrador rápido marca Hewlett-Packard mod. 320, opcional.
- F Fuente de alta tensión que regula los ajustes piezoeléctricos (P.F.N.).
- G Generador de rampa para modificar en forma lineal y periódica dichos ajustes (P.F.N.).

La función del polarizador y la lámina cuarto de onda es la de contener las reflexiones que, proviniendo del interferómetro, pudiesen reinyectarse al láser. Es indispensable colocarlas al emplear el haz directo del láser, pues dichas reflexiones ocasionan serias variaciones en los modos de oscilación del mismo. También en ese caso es necesario contar con un ajuste adicional para ubicar al rayo perpendicularmente a los espejos (mediante tornillos angulares adicionales en S_2 o en el soporte del láser). La única ventaja pues, derivada de usar el haz del láser sin expandir, es que se obtiene toda la luz concentrada en el centro óptico del interferómetro y así la señal electrónica puede utilizarse sin necesidad de un amplificador adicional, simplificándose el dispositivo de detección, que de otro modo podría requerir el uso de un fotomultiplicador.

La función principal que cumple la lente convergente (LC) es ubicar siempre al rayo que emerge del interferómetro sobre el fotodetector. Su ubicación correcta se constata haciendo girar previamente a la placa sin que intervengan los espejos, ajustando la distancia entre LC y FD hasta que la señal, siendo máxima, no presente más variaciones de amplitud que las que ocasionan las pérdidas por reflexión.

El osciloscopio resulta también necesario para comprender el estado de alineación del interferómetro, y requiere bastante experiencia interpretar las señales obtenidas, en base a todo lo dicho anteriormente. Es, fundamentalmente, un elemento cualitativo que no necesita responder a frecuencias mayores que 1 KH_z y no requiere mayor calidad que la necesaria para dar una señal estable sobre su pantalla con la cual ubicar los máximos de interferencia.

El contador electrónico es también indispensable pues una placa de unos pocos milímetros basta para tener que contar 30 o 40 máximos en un segundo. Fue diseñado con un doble nivel de gatillado para asegurarse de que una eventual señal espúrea pequeña no introdujera errores en la cuenta. Dado el carácter de la señal, el nivel para la cuenta no puede ajustarse cerca de los máximos por lo que esta debe comenzar y terminar con los máximos indicados por el osciloscopio, según un ajuste lento.



SANBORN Recording Company

SANBORN Recording Company

El registrador constituye simplemente una adición para observar detenidamente todas las señales obtenidas; el mismo no es indispensable, y menos aún cuando el dispositivo ya está puesto a punto. Como ejemplo interesante, la fig. 11.3 muestra el registro obtenido empleando una lámina cuya espesor era de unos $30 \mu\text{m}$ en un barrido angular de $\theta = 51^\circ$. Este registro, que corresponde a la medición de pequeños espesores, muestra en forma detallada los fenómenos que pueden detectarse en la señal eléctrica, con las limitaciones impuestas por el registrador. Estas son principalmente dos: La eliminación de señales de mayor frecuencia que 100 Hz y el largo tiempo de inercia de la aguja, que hace que una vez alcanzados los picos (zona inferior de la señal, que está invertida) la extinción se vea lenta y de forma casi exponencial (véase esto en la zona c)).

La zona b) corresponde al pasaje por la posición inicial, en la que la señal es más lenta y la definición de los máximos permite estimar una fineza efectiva $\tau_{\text{eff}} \approx 3$, por comparación con la fig. 6.2. Este es el valor adecuado según la ec. 6.10 para no resolver los tres modos longitudinales posibles del láser común empleado para el caso.

El comienzo de la zona a) muestra la estabilidad alcanzada en un mínimo luego de un largo lapso de estabilización térmica; a poco de comenzar el barrido se manifiesta una breve inestabilidad de forma y posición aleatoria.

En la zona b) vemos como queda exactamente definida la posición inicial al sumarse las reflexiones en las caras de la lámina. La intensidad en este punto es máxima también porque el estado de polarización era perpendicular al plano de incidencia (ver fig. 7.1 a)) y porque la variación lenta de la señal obtenía una respuesta fiel del registrador.

En la zona c) vemos también la aparición de dos pequeños picos alrededor de algunos máximos, que podrían interpretarse como dos modos longitudinales debido a su equidistancia del modo principal. La estabilidad debe asegurar que, si el láser omite en varios modos, ellos se mantienen estables en su posición y amplitud.

La zona d) muestra, como las demás, el rápido incremento del orden interferencial j con el ángulo θ . Además puede observarse una variación periódica de los valores promedio de la señal, debida a que el arrastre simplemente mecánico funcionaba en base a pequeños incrementos que alteraban a la amplitud del registro.

La zona e) muestra el resultado del amortiguamiento aplicado cuando el arrastre llegaba al final del barrido; la respuesta mejora nuevamente debido a la menor velocidad. Se ve también la señal eléctrica de corte aplicada mediante un sensor ubicado en el goniómetro, la que proporciona un pico neto que señala la posición final, de orden j fraccionario. Finalmente observamos la estabilidad final de un mínimo. La duración del registro fue de 90 s.

En la medición de índices de refracción, el láser empleado fue elegido mono-modo longitudinal y altamente estabilizado, como única manera de garantizar la estabilidad en su longitud de onda, ya que el fabricante (REF. 3.6) aseguraba variaciones máximas de 0,2 partes en 10^{-8} por día. Esto es, en otras cifras:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 0,2 \cdot 10^8, \quad \Delta v = \pm 1 \text{ MHz/día}, \quad \Delta \lambda = 1,5 \cdot 10^6 \text{ nm} \quad 11.6$$

Estos valores se deben a una tecnología refinada en la fabricación del láser y en el circuito de servo control, y eran necesarios para eliminar Δj_m según lo dicho en la sección 6.6.3. Estos requerimientos son exclusivos del interferómetro Fabry-Perot.

Una vez seguro del procedimiento a seguir para la puesta a punto del dispositivo (principalmente, de su alineación) procedí a efectuar pruebas sobre los errores en cada una de las magnitudes, empleando para ello dos láminas de vidrio óptico. Una de ellas, redonda y de 3 cm de diámetro, tenía sus caras pulidas a $\lambda/10$ y un error de paralelismo de 5λ para un espesor de $5.451 \pm 1 \mu\text{m}$. La otra, cuadrada, de 55 mm de lado, tenía un error de paralelismo de $1,5 \lambda$ para un espesor de $24.940 \pm 1 \mu\text{m}$ ya que fue construida controlando su calidad mediante el láser Spectra Physics 130C, en el Taller de Óptica del Observatorio Astronómico de nuestra Universidad. La medición del paralelismo la efectuó observando el cambio en el orden interferencial producido al trasladar cuidado-

samente la placa dentro del interferómetro; el espesor fue medido con un tornillo micrométrico, a una temperatura ambiente de $22 \pm 1^\circ\text{C}$.

Los resultados de varias mediciones me dieron que

$$n_{r1} = 1,5160 \pm 5 \cdot 10^{-4} \text{ para la primera lámina y}$$

$n_{r2} = 1,5172 \pm 2 \cdot 10^{-4}$ para la segunda, lo que concuerda con la estimación del cálculo de errores (el ángulo final era $\theta \approx 60^\circ$ en todos los casos):

11.7

$\Delta\theta = 2.10'' = 10^{-5} \text{ rad}$	$\Delta n_\theta = 2,2 \cdot 10^{-4}$
$\Delta e = 1 \mu\text{m}$	$\Delta n_{e1} = 3,2 \cdot 10^{-4}$ $\Delta n_{e2} = 0,7 \cdot 10^{-4}$
$\Delta j \approx \Delta j_p = 10^{-1}$	$\Delta n_{j1} = 2,6 \cdot 10^{-5}$ $\Delta n_{j2} = 0,6 \cdot 10^{-5}$
$\Delta\lambda = 1,3 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$	$\Delta n_\lambda = 2,3 \cdot 10^{-3}$
de lo que resultan los valores máximos:	$\Delta n_1 = 5,7 \cdot 10^{-4}$ $\Delta n_2 = 2,9 \cdot 10^{-4}$

El ancho de los espejos (5 cm) me hubiera permitido emplear placas de hasta 10 cm de espesor sin dificultades con la desviación lateral del rayo. Además, de haber contado con un teodolito de precisión tipo Wild se hubiese logrado fácilmente un valor $\Delta\theta = 1''$. Con estos elementos el cálculo teórico de los errores

da:

11.8

$\Delta\theta = 2 \cdot 1'' = 10^{-5} \text{ rad}$	$\Delta n_\theta = 2,2 \cdot 10^{-5}$
$\Delta e = 1 \mu\text{m}$	$\Delta n_e = 1,6 \cdot 10^{-5}$
$\Delta\lambda = 1.3 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$	$\Delta n_\lambda = 2.3 \cdot 10^{-3}$
$\Delta j = 10^{-1}$	$\Delta n_j = 1,4 \cdot 10^{-6}$
$\Delta n = 3,8 \cdot 10^{-5}$	

Este valor debiera verificarse experimentalmente, pues según los datos experimentales obtenidos por Andreasson et al. (REF. 4.10) la limitación principal, dada por $\Delta\theta$, podría ser empíricamente cincuenta o cien veces más favorable. Por otra parte, la limitación siguiente, dada por Δe , también podría eliminarse sin mayores inconvenientes haciendo mediciones con

dos barridos angulares distintos, como describe la citada referencia.

Queda de todos modos garantizado un método eficaz que puede, una vez preparada la placa y medido su espesor, medir muy rápidamente, pues una vez ajustado el interferómetro solo es necesario ajustar la posición inicial (sección 8) en un máximo, ajustar la placa con el goniómetro (sección 9) y hacer el barrido angular leyendo los valores finales de j y θ . Las mejores computadoras de bolsillo actuales permiten entrar con estos dos valores en un programa que brinde inmediatamente el resultado.

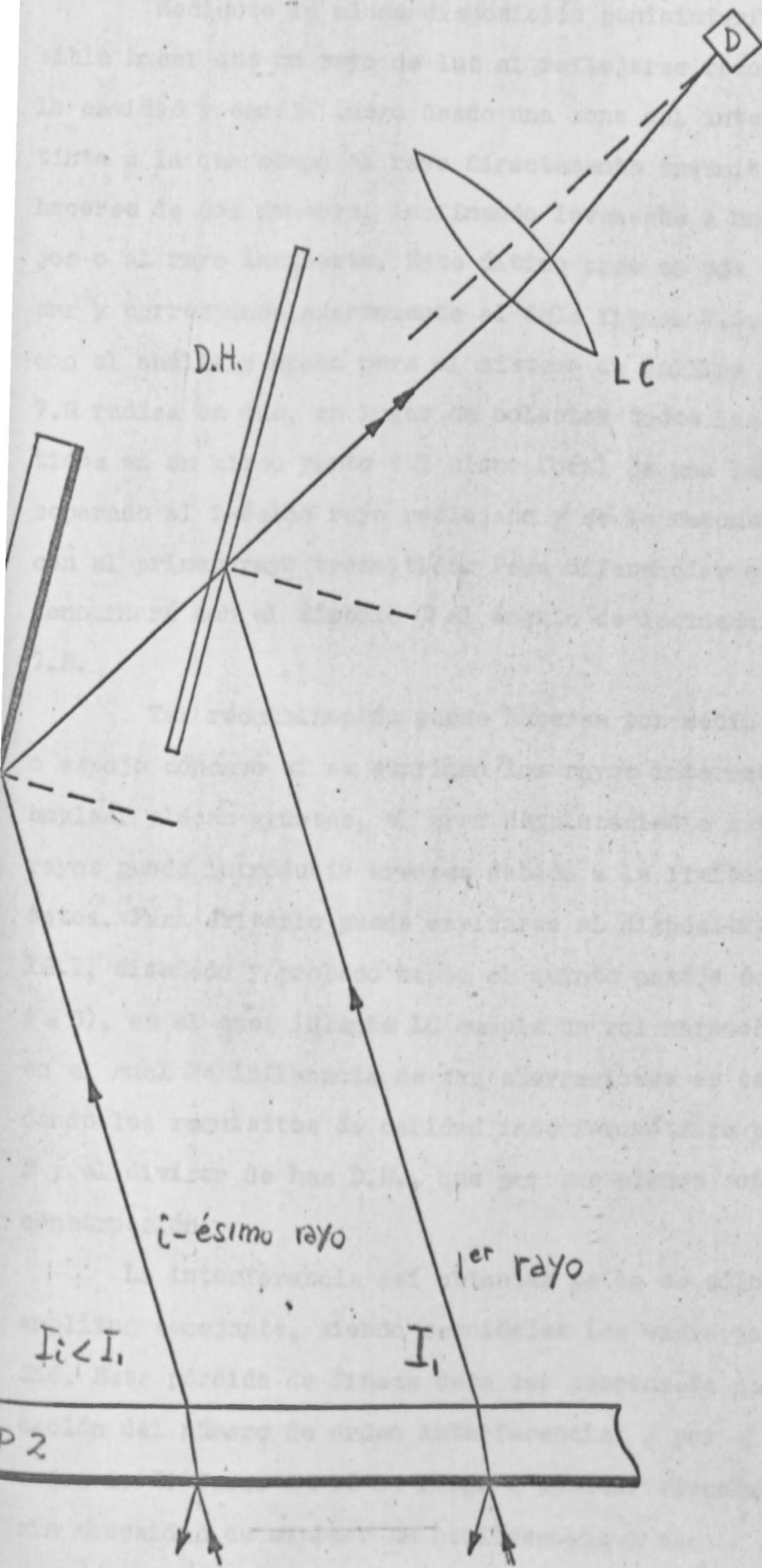


Fig. 12.1: Sistema de recombinación de rayos (LEOL 1971)
 E = espejo, D.H. = divisor de haz,
 I = lente, D = fotodetector.

12. LA MULTIPLICACIÓN DEL CAMINO ÓPTICO POR PASAJE MÚLTIPLE.

Mediante la misma disposición goniointerferométrica es posible hacer que un rayo de luz al reflejarse recorra varias veces la cavidad y emerja luego desde una zona del interferómetro distinta a la que ocupa el rayo directamente transmitido. Esto puede hacerse de dos maneras, inclinando levemente a uno de los espejos o al rayo incidente. Este último caso es más simple de analizar y corresponde exactamente al de la figura 7.5. La diferencia con el análisis hecho para el sistema de anillos en la sección 7.3 radica en que, en lugar de coleccionar todos los rayos transmitidos en un mismo punto del plano focal de una lente, se toma por separado al i -ésimo rayo reflejado y se lo recombina únicamente con el primer rayo transmitido. Para diferenciar esta situación denominaré con el símbolo ϕ al ángulo de incidencia ν de la fig. 7.5.

Tal recombinación puede hacerse por medio de una lente o espejo cóncavo si se suprimen los rayos intermedios, pero al emplear placas gruesas, el gran desplazamiento lateral de los rayos puede introducir errores debido a la limitada apertura de éstos. Para evitarlo puede emplearse el dispositivo de la fig. 12.1, diseñado y probado hasta el quinto pasaje doble (o sea $i = 5$), en el cual la lente LC cumple un rol meramente geométrico en el cual la influencia de sus aberraciones es secundaria, quedando los requisitos de calidad interferométrica para el espejo E y el divisor de haz D.H., que por ser planos son de más fácil construcción.

La interferencia así obtenida es la de sólo dos ondas de amplitud semejante, siendo senoidales las variaciones de intensidad. Esta pérdida de fineza debe ser compensada con la multiplicación del número de orden interferencial j por el número de pasajes i . Si fuese $i = 10$ se llega a ajustar visualmente los máximos sin necesidad de emplear un osciloscopio o sensor de máximo. En consecuencia, el dispositivo es provechoso cuando la fineza es baja, pues entonces mejora Δ_j en detrimento de $\Delta_{j\phi}$ y de Δ_{jm} , por lo que se reduce los requisitos de calidad para los espejos y el

sistema de detección, aumentándose los del láser y los de los tornillos de ajuste del goniómetro. Además, posee la ventaja de que no es necesario colocar la combinación de polarizador y lámina cuarto de onda pues las reflexiones no se reinyectan exactamente en el láser.

Para poder emplearlo cuantitativamente es necesario conocer la relación entre el cambio j entre dos posiciones angulares y el ángulo girado. Esta se obtiene de la expresión 7.20 en la cual es ahora $|S_{\text{env}}| = \text{constante}$, siendo así $\delta(\theta, \nu) = \delta_A(\theta)$ y:

$$j = \frac{\delta\phi(\theta) - \delta\phi(\theta_0)}{2\pi} = \frac{ie n_r}{\lambda} \left\{ [n_r^2 - \text{sen}^2(\theta + \phi)]^{\frac{1}{2}} + [n_r^2 - \text{sen}^2(\theta - \phi)]^{\frac{1}{2}} - 2 [n_r^2 - \text{sen}^2\phi]^{\frac{1}{2}} + 2 \cos\phi(1 - \cos\theta) \right\} \quad 12.1$$

De esta expresión se obtiene fácilmente la del espesor e , pero es difícil obtener la del índice de refracción n_r , que se calcula entonces en forma iterativa mediante computación, intentando valores sucesivos de n_r en la ec. 12.1.

Se agrega entonces un nuevo parámetro, el ángulo ϕ , que debe medirse y cuya influencia en el error final determinaré mediante el análisis del error $\Delta\phi$ y su propagación. Conviene medir ϕ registrando sobre placa fotográfica los rayos emergentes. Para ello, ésta debe ubicarse de modo que los rayos le incidan perpendicularmente y entonces podrá medirse con un comparador óptico la distancia entre sus impresiones fotográficas, que según la fig. 7.5 es la denominada $2a$. Cuando la lámina a medir está alineada con el interferómetro ($\theta = 0$) tenemos que:

$$\text{tg } \phi \approx \phi \approx \frac{a}{h + e(n_p - 1)} \quad 12.2$$

cuyo error es:

$$\Delta\phi = \frac{\Delta a}{h + e(n_p - 1)} + \frac{a[\Delta h + (n_p - 1)\Delta e]}{[h + e(n_p - 1)]^2} \quad 12.3$$

que con los valores típicos $a \approx 2 \text{ mm}$, $\Delta a \approx 10 \mu\text{m}$, $h + e(n_p - 1) \approx 5 \text{ cm}$, $\Delta h \approx \Delta e \approx 0,1 \text{ mm}$ da:

$$\Delta\phi = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \approx \frac{\Delta a}{h} \quad 12.4$$

fácilmente obtenible.

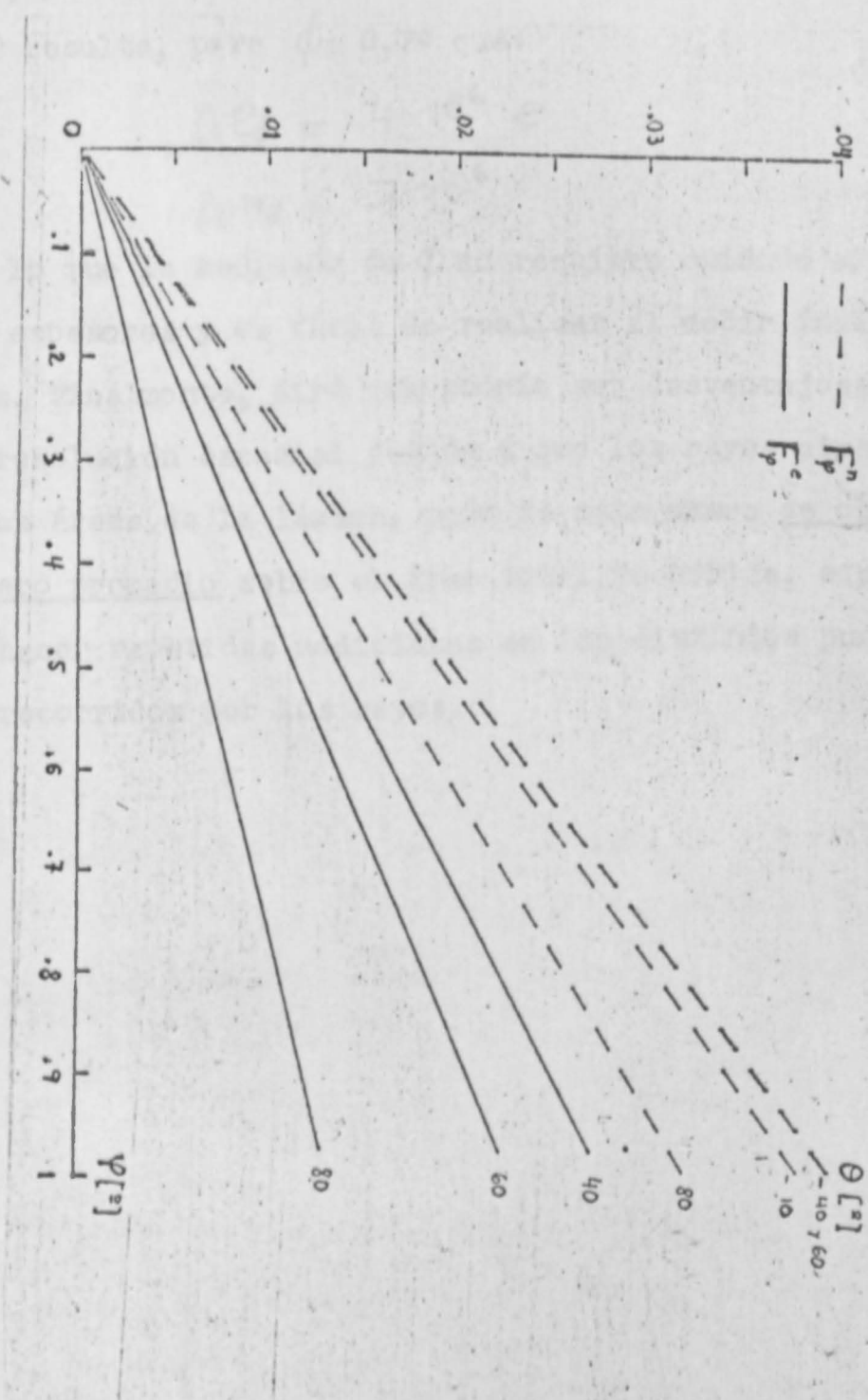


Fig. 12.2 (IAOL 1971)

Factores de propagación de errores debidos a la medición del ángulo de incidencia en la variante de pasaje múltiple, con $n = 1,5$.

Los factores de error obtenidos fueron $F_{\lambda}^e = \left| \frac{\partial e}{\partial \phi} \right|$

y $F_{\lambda}^n = \left| \frac{\partial n}{\partial \phi} \right|$, siendo esta última hecha como derivada de función implícita. Obviaré aquí, por complicadas, las expresiones de estos factores, los que daré en forma de gráficos hechos también mediante computadora, en la fig. 12.2. La medición de ϕ y su consecuente error son inconvenientes leves de este dispositivo, pues con los valores típicos de la ec. 12.4 y con la fig. 12.2 resulta, para $\phi = 0,7^\circ$ que:

$$\Delta e_{\phi} \approx 4 \cdot 10^6 e$$

$$\Delta n_{\phi} \approx 7 \cdot 10^6$$

12.5

por lo que la medición de ϕ no requiere cuidado al medir pequeños espesores y es fácil de realizar al medir índices de refracción. Finalmente, diré que podría ser desventajosa la pérdida de resolución espacial debida a que los rayos atraviesan así mayores áreas de la lámina, pero de esta ~~manera~~ se obtiene un verdadero promedio sobre el área total recorrida, equivalente al de hacer repetidas mediciones en los distintos puntos de la placa recorridos por los rayos.

13 EVALUACIÓN DE LOS ELEMENTOS REQUERIDOS PARA USAR ESTE METODO. POSIBILIDADES Y CONVENIENCIAS DE SU APLICACIÓN A EXPERIENCIAS CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS.

Los elementos requeridos en forma indispensable son: un láser de emisión visible y estable, dos buenos espejos parcialmente transmisores, un goniómetro, un fotodetector y un osciloscopio. Si se usa el haz sin expandir y la incidencia es perpendicular a los espejos, deberá añadirse un polarizador y una lámina cuarto de onda.

— Para la medición de pequeños espesores los requerimientos son menos críticos, siendo en particular pequeño el diámetro de ambos espejos y menor la exactitud del goniómetro. Pueden medirse así simplemente y con mucha precisión pequeños espesores de materiales traslúcidos tomando muestras pequeñas en forma de lámina. La porción que se mide con el haz directo del láser (aprox. $0,5 \text{ mm}^2$) es lo bastante pequeña como para lograr que generalmente el espesor esté definido en el orden de exactitud con que se lo mide. Si el índice de refracción es conocido con altísima precisión, la de esta medición aumenta proporcionalmente.

— Para la medición de índices de refracción el segundo espejo debe tener un diámetro acorde con la desviación lateral del rayo y, como la placa a medir conviene tomarla del mayor espesor posible, la longitud de la cavidad debe aumentar paralelamente con los requisitos de estabilidad del láser. Pueden emplearse fácilmente espesores de 5 cm. La exactitud del goniómetro y la de la medición del espesor ponen tope a la de la medición, pero puede evitarse medir el espesor y la longitud de onda si se emplea un doble barrido angular.

Si se toma una placa patrón, puede medirse el índice de refracción del líquido que la rodee en una cubota especial dentro del interferómetro.

Si se emplea la variante de pasaje múltiple se aumenta la exactitud en la determinación del orden interferencial cuando la fineza espectral es baja, y no se requiere polarizador ni

lámina cuarto de onda, debiendo efectuarse en cambio una rotación convenientemente medida del rayo láser que incide sobre el interferómetro.

Las láminas a emplear deben ser bien plano-parallelas, por simplicidad. Si son de caras planas y próximas al paralelismo servirán igual si se ajusta la incidencia de la luz con el eje de giro del goniómetro.

Los ajustes necesarios para realizar una medición son:

- a) de la lente y el fotodetector, girando la lámina, sin espejos;
- b) del láser con los espejos, formando una cavidad interferométrica de Fabry-Perot;
- c) de la lámina con el interferómetro, formando otras cavidades interferométricas;
- d) del goniómetro respecto de la lámina, mediante otro análisis interferométrico;
- e) de máxima intensidad inicial

a los que siguen las mediciones de ángulos en posiciones finales de máxima intensidad y la cuenta del número de máximos entre ambas posiciones.

Todas las consideraciones necesarias para la aplicación del método están comprendidas en este trabajo. Ellas valen igualmente para la aplicación a otros sistemas interferométricos a espejos planos por los análisis y conclusiones de las secciones 7, 8 y 9, que pueden fácilmente generalizarse y adaptarse a otros dispositivos.

El método es muy autoconsistente, pues requiere de una sola disposición con la que pueden llegar a medirse ambas propiedades, si bien es más rápido contar con auxiliares como un refractómetro de Abbe y un tornillo micrométrico tipo Palmer. Se amplían las posibilidades de los demás métodos existentes pues el interferómetro permite introducir muestras de gran tamaño, posee la mejor manera de determinar la posición inicial del barrido angular, mejora la resolución de las "franjas" y duplica la diferencia de camino óptico entre los rayos interfirientes. Con un láser de argón las mediciones podrían hacerse en varias longitudes de onda separadamente.

Sus posibles aplicaciones considero que están en la medi-

ción del índice de refracción de vidrios ópticos (asegurando la quinta cifra decimal), y en la hojita con líquidos cuyas propiedades químicas puedan relacionarse con su índice de refracción. Confío en que llegará a ser útil en experiencias científicas y tecnológicas porque mejoraría la exactitud de los dispositivos actualmente en uso, siendo necesario en el país un dispositivo que permita el control de la calidad de los vidrios ópticos. Se halla en tanto trámite en la Dirección Nacional de la Propiedad Industrial bajo el Acta Nº 255.467 la patente nacional respectiva. El patentamiento internacional fue descartado por razón de su costo.

Naturalmente, todo adelanto científico o tecnológico implica la solución de viejas dificultades y la aparición de otras nuevas. Es una tarea muy delicada la de decidir si el costo integral de la nueva solución (en dinero, tiempo, esfuerzo, difusión, protección, dependencia tecnológica, etc.) es tan atractivo como para que convenga fomentar su aplicación. Si bien ésta no es una tarea específica del científico, tampoco éste puede desentenderse del país en el que vive y enfrascarse en los aspectos más exclusivos, refinados o interesantes del dominio de su tarea sin contemplar la ligazón de su actividad con las actividades productivas de dicho país. Si bien esta ligazón es poco frecuente en el nuestro, no se debería nunca dejar de procurarla aunque exista la alternativa de entregarse a la tarea más cómoda convencional.

Espero que mi aporte actual (ver "REFERENCIAS") y futuro logro servir a mis buenos propósitos mediante la difusión a todo nivel, el desarrollo de aparatos bien adaptados a los requerimientos específicos de nuestra industria, mediante la ayuda en la formación de personal idóneo en interferometría y el asesoramiento acerca de las mediciones interferométricas.

José J. Lunazzi
José J. Lunazzi

José J. Lunazzi

REFERENCIAS:

Comunicaciones a congresos científicos:

A la Asociación Física Argentina:

- "Determinación interferométrica de pequeños espesores utilizando una sola longitud de onda" LV Reunión, San Luis, mayo 1971.
- "Desarrollo de experiencias holográficas empleando un láser de He-Ne" LVI Reunión, Rosario, noviembre de 1971.
- "Aplicación del interferómetro de Fabry-Perot a la medición interferométrica de índices de refracción" LVII Reunión, Córdoba, mayo de 1972.
- "Medición de la deformación de una barra metálica por medio de la holografía interferométrica" LIX Reunión, Buenos Aires, agosto de 1973.
- "Laser Interferometric Check-out of Granite Surface Tables". Presentado en el Congreso de Aplicaciones a la Ingeniería de la Optical Society of America (Sociedad Óptica de los EE.UU.), realizado en Washington del 26 al 28 de mayo de 1975.

Publicaciones:

- "Dennis Gabor, Premio Nobel de Física de 1971", artículo de divulgación publicado en "Ciencia Nueva", febrero de 1972, N° 14, pg. 7-12.
- "Fabry-Perot Laser Interferometry to Measure Refractive Index or Thickness of Transparent Interdials", en "Journal of Physics E", marzo de 1973, Vol.6, pg. 237-40 por el que se tramita su patente bajo acta N° 255.467.
- "Medición de la deformación de una barra metálica por medio de la holografía interferométrica", revista "Comunicaciones" de la Asociación Física Argentina, Vol. 1, N° 2, pg. 124-6.
- "Algunas aplicaciones del láser: fotoelasticimetría, interferometría y holografía", revista "Anales" del Laboratorio de Ensayo de Materiales e Investigaciones Tecnológicas del Ministerio de Obras Públicas de la Pcia. de Bs. As. (1975).

APÉNDICE

a) Se incluye aquí un programa característico de los empleados para la graficación con la computadora de mesa Hewlett-Packard mod. 9100 .

b) Se agrega la publicación realizada gratuitamente por la revista inglesa "Journal of Physics E" en el mes de marzo de 1973, V 6, p 237-240 sobre el tema de esta tesis.

$$\frac{\Delta j_{\psi(\theta)}}{e n_d} = \frac{2}{\lambda} \left\{ \left[(n^2 - \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}} - \cos \theta \right] - \left[(n^2 - \sin^2 \gamma)^{\frac{1}{2}} - \cos \gamma \right] \right\} = j(\theta) - j(\gamma) =$$

expresado en mm^{-1} y válido para $\Delta j \gg 10^{-6}$

GUARDAR:

- ψ en a
- FMT Y en b
- FMT X en c
- n en d
- (θ) 0 en e

QUE DA:

- ψ en a
- FMT Y en b
- FMT X en c
- n en d
- θ en e
- j(γ) en f

<p>suma 1 el θ y lo guarda en e</p>	<table border="1"> <tr><td>00</td><td>e</td></tr> <tr><td>01</td><td>↑</td></tr> <tr><td>02</td><td>1</td></tr> <tr><td>03</td><td>+</td></tr> <tr><td>04</td><td>Y → ()</td></tr> <tr><td>05</td><td>e</td></tr> <tr><td>06</td><td>2</td></tr> <tr><td>07</td><td>%</td></tr> <tr><td>08</td><td>↓</td></tr> <tr><td>09</td><td>sen</td></tr> <tr><td>0a</td><td>↑</td></tr> <tr><td>0b</td><td>a</td></tr> <tr><td>0c</td><td>cos</td></tr> <tr><td>0d</td><td>X</td></tr> <tr><td>10</td><td>↓</td></tr> <tr><td>11</td><td>arc</td></tr> <tr><td>12</td><td>sen</td></tr> <tr><td>13</td><td>↑</td></tr> <tr><td>14</td><td>2</td></tr> <tr><td>15</td><td>X</td></tr> <tr><td>16</td><td>Y → ()</td></tr> <tr><td>17</td><td>f</td></tr> <tr><td>18</td><td>f</td></tr> <tr><td>19</td><td>sen</td></tr> <tr><td>1a</td><td>↑</td></tr> <tr><td>1b</td><td>X</td></tr> <tr><td>1c</td><td>d</td></tr> <tr><td>1d</td><td>↑</td></tr> <tr><td>20</td><td>X</td></tr> <tr><td>21</td><td>↓</td></tr> <tr><td>22</td><td>X → Y</td></tr> <tr><td>23</td><td>-</td></tr> <tr><td>24</td><td>↓</td></tr> </table>	00	e	01	↑	02	1	03	+	04	Y → ()	05	e	06	2	07	%	08	↓	09	sen	0a	↑	0b	a	0c	cos	0d	X	10	↓	11	arc	12	sen	13	↑	14	2	15	X	16	Y → ()	17	f	18	f	19	sen	1a	↑	1b	X	1c	d	1d	↑	20	X	21	↓	22	X → Y	23	-	24	↓	<p>Y lo guarda en f</p>	<table border="1"> <tr><td>25</td><td>√</td></tr> <tr><td>26</td><td>↑</td></tr> <tr><td>27</td><td>f</td></tr> <tr><td>28</td><td>cos</td></tr> <tr><td>29</td><td>-</td></tr> <tr><td>2a</td><td>Y → ()</td></tr> <tr><td>2b</td><td>f</td></tr> <tr><td>2c</td><td>d</td></tr> <tr><td>2d</td><td>↑</td></tr> <tr><td>30</td><td>X</td></tr> <tr><td>31</td><td>e</td></tr> <tr><td>32</td><td>sen</td></tr> <tr><td>33</td><td>↑</td></tr> <tr><td>34</td><td>X</td></tr> <tr><td>35</td><td>↓</td></tr> <tr><td>36</td><td>-</td></tr> <tr><td>37</td><td>b</td></tr> <tr><td>38</td><td>√</td></tr> <tr><td>39</td><td>↑</td></tr> <tr><td>3a</td><td>e</td></tr> <tr><td>3b</td><td>cos</td></tr> <tr><td>3c</td><td>-</td></tr> <tr><td>3d</td><td>f</td></tr> <tr><td>40</td><td>-</td></tr> <tr><td>41</td><td>2</td></tr> <tr><td>42</td><td>X</td></tr> <tr><td>43</td><td>6</td></tr> <tr><td>44</td><td>3</td></tr> <tr><td>45</td><td>3</td></tr> <tr><td>46</td><td>(enter) (exp)</td></tr> <tr><td>47</td><td>(chg) (sign)</td></tr> </table>	25	√	26	↑	27	f	28	cos	29	-	2a	Y → ()	2b	f	2c	d	2d	↑	30	X	31	e	32	sen	33	↑	34	X	35	↓	36	-	37	b	38	√	39	↑	3a	e	3b	cos	3c	-	3d	f	40	-	41	2	42	X	43	6	44	3	45	3	46	(enter) (exp)	47	(chg) (sign)	<p>calcula j(θ)</p>
00	e																																																																																																																																			
01	↑																																																																																																																																			
02	1																																																																																																																																			
03	+																																																																																																																																			
04	Y → ()																																																																																																																																			
05	e																																																																																																																																			
06	2																																																																																																																																			
07	%																																																																																																																																			
08	↓																																																																																																																																			
09	sen																																																																																																																																			
0a	↑																																																																																																																																			
0b	a																																																																																																																																			
0c	cos																																																																																																																																			
0d	X																																																																																																																																			
10	↓																																																																																																																																			
11	arc																																																																																																																																			
12	sen																																																																																																																																			
13	↑																																																																																																																																			
14	2																																																																																																																																			
15	X																																																																																																																																			
16	Y → ()																																																																																																																																			
17	f																																																																																																																																			
18	f																																																																																																																																			
19	sen																																																																																																																																			
1a	↑																																																																																																																																			
1b	X																																																																																																																																			
1c	d																																																																																																																																			
1d	↑																																																																																																																																			
20	X																																																																																																																																			
21	↓																																																																																																																																			
22	X → Y																																																																																																																																			
23	-																																																																																																																																			
24	↓																																																																																																																																			
25	√																																																																																																																																			
26	↑																																																																																																																																			
27	f																																																																																																																																			
28	cos																																																																																																																																			
29	-																																																																																																																																			
2a	Y → ()																																																																																																																																			
2b	f																																																																																																																																			
2c	d																																																																																																																																			
2d	↑																																																																																																																																			
30	X																																																																																																																																			
31	e																																																																																																																																			
32	sen																																																																																																																																			
33	↑																																																																																																																																			
34	X																																																																																																																																			
35	↓																																																																																																																																			
36	-																																																																																																																																			
37	b																																																																																																																																			
38	√																																																																																																																																			
39	↑																																																																																																																																			
3a	e																																																																																																																																			
3b	cos																																																																																																																																			
3c	-																																																																																																																																			
3d	f																																																																																																																																			
40	-																																																																																																																																			
41	2																																																																																																																																			
42	X																																																																																																																																			
43	6																																																																																																																																			
44	3																																																																																																																																			
45	3																																																																																																																																			
46	(enter) (exp)																																																																																																																																			
47	(chg) (sign)																																																																																																																																			

$\left\{ \theta + 1 \text{ (en e)} \right\}$
 $\left\{ \gamma \text{ (en f)} \right\}$
 $\left\{ \begin{matrix} \text{sen}^2 \gamma \\ n^2 \end{matrix} \right\}$
 $\left\{ j(\gamma) \text{ (en f)} \right\}$
 $\left\{ j(\theta) \right\}$

calcula λ en nm
 $\Delta j(\theta) \cdot 10^6$
 en b

	48	1	6 por [mm]
	49	2	+6 por $\Delta j \cdot 10^6$
	4a	%	[$\Delta j \cdot 10^6$]
	4b	↓	
	4c	lg	
toma lg	4d	↑	aquí se obtiene: $\frac{\Delta j(\theta)}{e n_a} \cdot 10^6$
	50	b	[$b \lg(\Delta j \cdot 10^6)$]
y da	51	x	
	52	e	luego grafica su log., p
formato	53	↑	lo que vale para valores
	54	c	de $\frac{\Delta j(\theta)}{e n_a} \geq 10^{-6}$
	55	x	
decide si	56	(IF)	
ubica a la	57	6	
pluma en su	58	9	
posición inicial	59	↓	
gráfica	5a	FMT	
	5b	↓	
	5c	↑	
	5d	c	
decide	60	%	
si	61	8	[$b \lg(\Delta j \cdot 10^6)$]
termina	62	9	[$\theta + 1$]
	63	IF	[89]
		x=y	
v2 a	64	7	
END	65	1	
	66	GOTO	
recicla	67	0	
	68	0	
done la	69	↓	
pluma en su	6a	FMT	
posición, inicial	6b	↑	
y envia	6c	GOTO	
a graficar	6d	5	
	70	a	
TERMINA	71	END	

el resultado queda expresado en [mm] y consid

a $n = 633 \text{ nm}$, que puede modificarse cambiando los pasos 43 a 4

Valores para la verificación del programa:

con $\theta = 60^\circ$, $\psi = 10''$, $n = 1,5$, $FMT X = FMT Y = 1$

resulta:

$$j(\theta) = 7,247\ 448\ 707 \cdot 10^1 \quad \text{verificarlo llamando a f}$$

$$j(0) = 7,247\ 448\ 714 \cdot 10^1$$

$$\frac{\Delta j(\theta)}{e n_a} = 2,1 \cdot 10^{-4} \quad \text{verificarlo poniendo STOP luego de 4b}$$

por que aparecer en X

$\log \Delta j \cdot 10^6 = \log 211,6 = 2,325$ debe aparecer en y p
 el no conectar el graficador FMT significa STOP

Fabry-Perot laser interferometry to measure refractive index or thickness of transparent materials

J J Lunazzi and M Garavaglia

Departamento de Física, Universidad Nacional de La Plata 115 y 49, CC 67, La Plata, Argentina

Received 25 January 1972, in final form 5 December 1972

Abstract By introducing a transparent plane parallel plate into an open Fabry-Perot cavity and counting the change in the interference order while the plate is rotated, it is possible to measure the thickness or refractive index of the material with a high degree of accuracy. The method of multipass interferometry can be applied by using a He-Ne laser of 632.8 nm wavelength.

1 Introduction

There are several methods available for measuring the refractive index or thickness of transparent materials. However, if an accuracy better than one part in 10^5 in the determination of the refractive index and $1 \mu\text{m}$ in measuring the thickness is required, interferometric methods usually must be employed. The present work describes a simple and accurate interferometric method which is completely free from chromatic dispersion since a monochromatic laser emitter is used as the illuminating source.

In a recent paper, Andreasson *et al.* (1971) described a similar experimental procedure to measure the refractive index of transparent solid and fluid samples. Nevertheless, their method is based on the use of a single-pass wavefront-shearing interferometer. The use of a mirror interferometer results in a larger useful aperture and autocollimation, which is improved by matched interference in the two interference cavities which are formed only when the test plate is precisely aligned. A Fabry-Perot interferometer improves the final accuracy by duplication of the optical path and the multiple-beam interference, that is, by tilting the interferometer axis with respect to the laser beam by a very small angle, the interference produced between the direct ray and the ray selected after $2i$ reflections can be examined, making it easier to count interference orders.

2 Description of the method

For a Fabry-Perot interferometer containing a transparent plane parallel plate, as schematically shown in figure 1, the optical path difference between two consecutive reflected rays is expressed as

$$\Delta s = 2n_a [t - e(\cos \theta - (n_r^2 - \sin^2 \theta)^{1/2})] \quad (1)$$

where t is the separation between the interferometer mirrors, the thickness of the plate, θ the angle formed by the normal

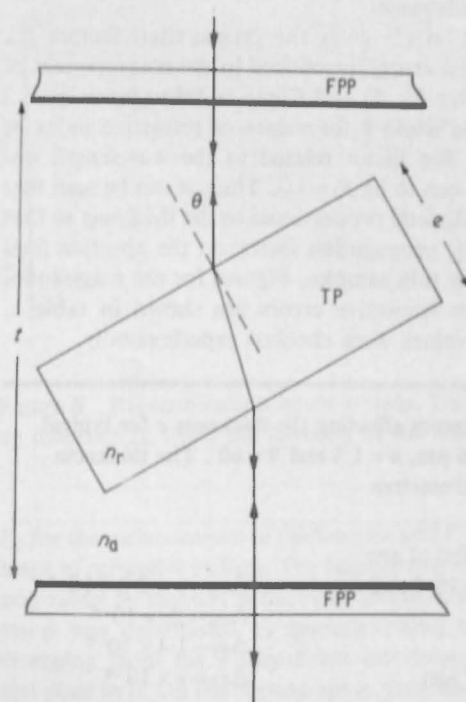


Figure 1 Fabry-Perot interferometer containing transparent plane parallel plate. FPP, Fabry-Perot plates; TP, test plate; n_a , refractive index of air; n_r , refractive index of the plate material relative to air

of the test plate and the laser beam, n_a the refractive index of the surrounding medium (air) and n_r that of the plate relative to the surrounding medium.

From equation (1) it is possible to derive the change of interference order j corresponding to the rotation of the test plate from $\theta_0 = 0$ to $\theta_r = \theta$, that is:

$$j = s_r - s_0 = \frac{2e}{\lambda} n_a \{1 - n_r - \cos \theta + (n_r^2 - \sin^2 \theta)^{1/2}\} \quad (2)$$

where λ is the laser radiation wavelength.

The test plate thickness or refractive index can be derived from equation (2) using the following expressions

$$e = \lambda j / 2n_a \{1 - n_r - \cos \theta + (n_r^2 - \sin^2 \theta)^{1/2}\} \quad (3)$$

and

$$n = n_a n_r = \frac{1}{2} n_a \frac{\sin^2 \theta + (1 - \cos \theta - \lambda j / 2en_a)^2}{1 - \cos \theta - \lambda j / 2en_a} \quad (4)$$

where n is the absolute refractive index of the plate.

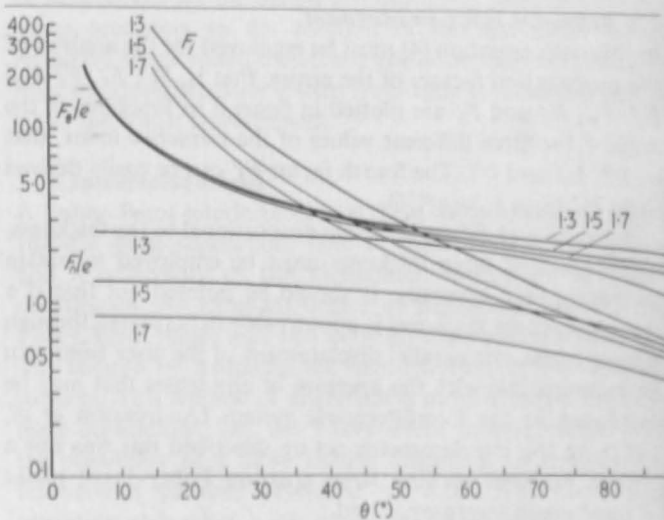


Figure 2 Propagation factors as a function of the rotation angle θ for thickness measurements

Thickness measurement

Analysis of equation (3) gives the propagation factors F_{θ} , F_j and F_{λ} of the errors introduced in the measurement of the involved magnitudes. F_{θ} , F_n and F_j can be taken from figure 2 as functions of the angle θ for values of refractive index of 1.3, 1.5 and 1.7. The factor related to the wavelength uncertainty is easily seen to be $F_{\lambda} = e/\lambda$. Thus, it can be seen that F_n , F_n and F_{λ} are directly proportional to the thickness so that the influence of the propagation factor on the absolute final error is reduced for thin samples. Figures for the magnitudes involved and their respective errors are shown in table 1. These calculated values were checked experimentally.

Table 1 Partial errors affecting the thickness e for typical values $\lambda = 0.632816 \mu\text{m}$, $n = 1.5$ and $\theta = 60^\circ$. The thickness is expressed in micrometres

$\Delta\theta = 2 \times 1$ second of arc $= 2 \times 4.85 \times 10^{-6}$ rad	$\Delta e_{\theta} = e \times 2.2 \times 10^{-5}$
$\Delta n = 2 \times 10^{-4}$	$\Delta e_n = 2e \times 10^{-4}$
$\Delta j = 1 \times 10^{-8}$	$\Delta e_j = 1.4 \times 10^{-3}$
$\Delta\lambda = 6.7 \times 10^{-7} \mu\text{m}$	$\Delta e_{\lambda} = e \times 10^{-6}$

The accuracy $\Delta\theta = 1$ second of arc is that of a standard precision goniometer. The factor 2 which affects it arises from the determination of the initial θ_0 and final θ_f angles. An error in the determination of n equal to $\Delta n = 2 \times 10^{-4}$ can be obtained with an Abbe refractometer. By using interferometric methods, such as the one which will be described below, it would be possible to improve the accuracy in refractive index determination by more than one order of magnitude. The value of Δj is mainly affected by the sensitivity of the method which detects the interference fringe intensity variation. The use of an appropriate electronic device in detecting such variation permits the reduction of Δj and subsequently the total error Δe , that is, if $e = 100 \mu\text{m}$ and $\Delta j = 1 \times 10^{-8}$, it follows that $\Delta e = 0.024 \mu\text{m}$ (see table 1). For the same thickness, if $\Delta j = 1 \times 10^{-9}$ the total error will be $\Delta e = 0.036 \mu\text{m}$. In order to obtain small values of Δj , good instrumental stability conditions are essential. The error assigned to the He-Ne laser wavelength is equal to the difference between longitudinal modes for a 30 cm laser cavity length; thus, the measurement can be easily done with a common He-Ne laser.

Refractive index measurement

In this case, equation (4) must be employed for the analysis of the propagation factors of the errors, that is, F_{θ}' , F_n' , F_j' and F_{λ}' . F_{θ}' , F_n' and F_j' are plotted in figure 3 as functions of the angle θ for three different values of the refractive index, that is 1.3, 1.5 and 1.7. The fourth factor F_{λ}' can be easily derived from F_j' since $F_{\lambda}' = eF_j'/\lambda$.

Since F_n' and F_j' are inversely proportional to the thickness, the best plate of large thickness must be employed to obtain the appropriate accuracy. It should be pointed out that if a thin plate whose thickness is about 1–10 cm is rotated through a large angle, the parallel displacement of the laser beam can be incompatible with the aperture of any lenses that may be employed in the interferometric system (Andréasson *et al.* 1971). In the interferometric set-up described this was not a critical problem because large aperture Fabry-Perot plates of good quality were employed.

Table 2 gives the errors which affect the refractive index determination. These calculated values were checked employing plates from 8 to 25 mm thick.

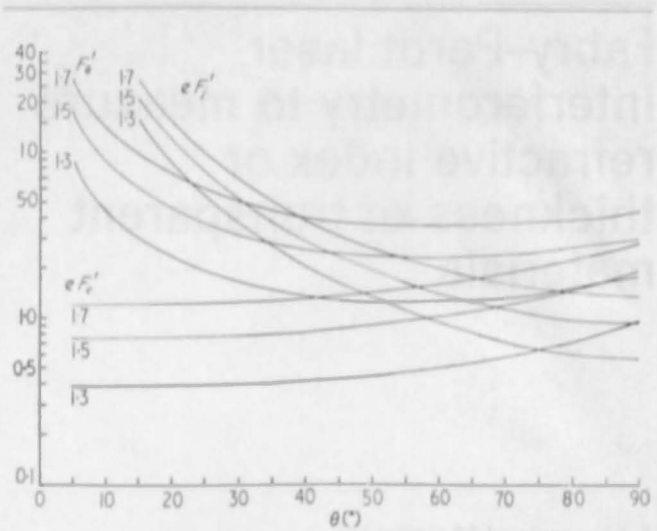


Figure 3 Propagation factors as a function of the rotation angle θ for refractive index measurements

Accuracies of $\Delta e = 1 \mu\text{m}$ and $\Delta j = 10^{-1}$ can now be achieved by using standard methods of measurement (micrometer screw and photodetector, respectively). If the thickness of the sample to be measured is less than 1 cm, such accuracies must be improved by using more elaborate methods (optical comparator or Michelson's optical contact interferometric method). In this measurement good stability of the laser wavelength is required.

Table 2 Partial errors affecting the refractive index n for typical values $\lambda = 0.632816 \mu\text{m}$, $n = 1.5$ and $\theta = 60^\circ$. The thickness is expressed in micrometres

$\Delta\theta = 2 \times 4.85 \times 10^{-6}$ rad	$\Delta n_{\theta} = 2.2 \times 10^{-5}$
$\Delta e = 1 \mu\text{m}$	$\Delta n_e = 1.65/e$
$\Delta j = 1 \times 10^{-1}$	$\Delta n_j = 0.14/e$
$\Delta\lambda = 1.3 \times 10^{-8} \mu\text{m}$	$\Delta n_{\lambda} = 2.3 \times 10^{-8}$

2.3 Fabry-Perot multipass interferometry

If the first output beam of a Fabry-Perot interferometer interferes with that produced after $2l$ reflections inside the cavity, the phase difference will be proportional to l . The change in optical path is also proportional to l and thus the propagation factors F_j and F_j' decrease as l^{-1} . This fact can be important in thickness measurement because it allows a better resolution (compare Δj with the other sources of error in table 1). In refractive index determinations, multipass interferometry can be employed only when thin plates are available. In such a case the factors F_n' and F_j' predominate (see table 2). Interferometric techniques and multipass interferometry must then be employed in reducing the incidence of the F_n' and F_j' factors respectively. By using both methods the error in the refractive index reduced by thickness and interference order determinations will be smaller than the largest error, Δn_{θ} .

The separation of the beams corresponding to the successive passages through the cavity produces a loss in spatial resolution which should be reduced by concentrating the laser beam as much as the optical instrumentation permits. The measurement result then appears as an averaged value over the working area. The experimental arrangement adopted is shown in figure 4. The Fabry-Perot plates and the test plate are aligned and the laser is then tilted a small angle. The successive

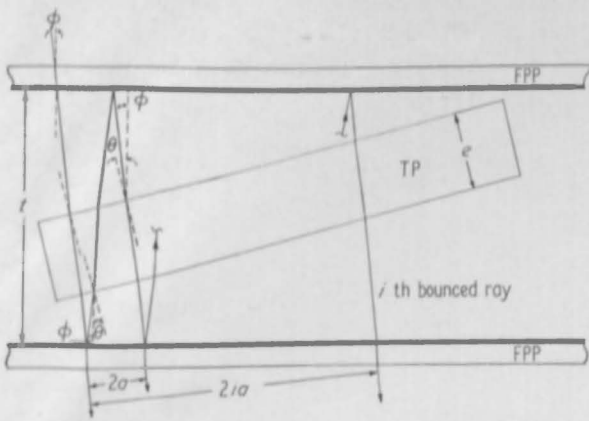


Figure 4 Multipass interferometric installation. The incident laser beam falls on to the interferometer plates forming a very small angle ϕ with their normal

reflections are then parallel and the distance between them is $2ia$ (see figure 4).

The optical path difference between the first and the i th rays is

$$s = in_a \left[\frac{2a}{\cos \phi} - e \{ \{ n_r^2 - \sin^2(\theta + \phi) \}^{1/2} + \{ n_r^2 - \sin^2(\theta - \phi) \}^{1/2} - 2 \cos \theta \cos \phi \} \right] \quad (5)$$

where the symbols are as defined in figure 4.

The interference order difference between the position of the test plate corresponding to $\theta_0=0$ and $\theta_t=\theta$ is given by

$$j = s_t - s_0 = \frac{ie n_a}{\lambda} \{ \{ n_r^2 - \sin^2(\theta + \phi) \}^{1/2} + \{ n_r^2 - \sin^2(\theta - \phi) \}^{1/2} - 2(n_r^2 - \sin^2 \phi)^{1/2} + 2 \cos \phi (1 - \cos \theta) \} \quad (6)$$

and it is equal to the number of fringes measured in the rotation because the function j increases as θ is increased. From equation (6) an expression for the thickness e can be derived while the refractive index appears as an implicit function, so this was calculated by numerical iterative computation.

The multipass interferometric method described reduces the error due to the measurement of j but introduces a new factor due to ϕ . Figure 5 shows this factor in both cases:

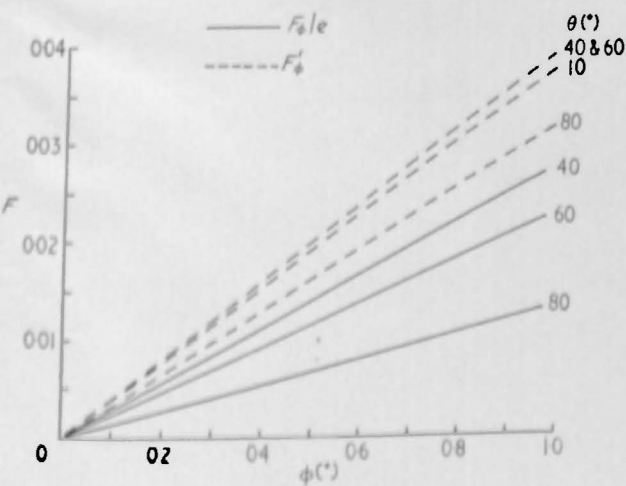


Figure 5 Propagation factors F_ϕ and F_ϕ' as functions of ϕ

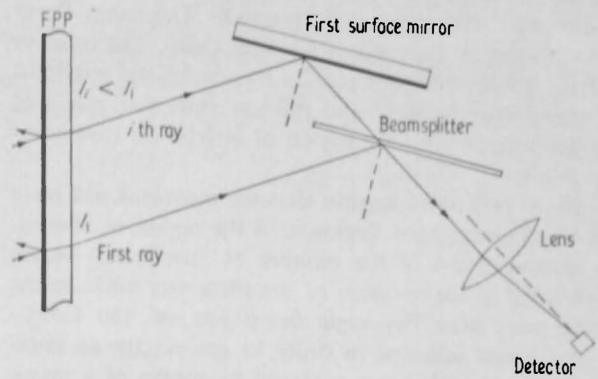


Figure 6 Recombination beam system. The first beam has an intensity I_1 , while the intensity of the i th beam is I_i

F_ϕ for the measurement of thicknesses and F_ϕ' for the measurement of refractive indices. The angle ϕ can be determined very accurately by measuring the value of $\tan \phi$. In the experiment $\tan \phi$ was determined by photographing the output beams emerging from the Fabry-Perot interferometer without the test plate in it. On the photographic plate the distance between the spots is equal to $2ia$ (see figure 4) and was measured with an automatic Grant comparator. We could then obtain $\tan \phi = a/t$ with an error $\Delta \phi \sim \Delta a/t$ less than 1 second of arc (the measurement of t needs no more precision than 0.1 mm).

The angles θ and ϕ were adjusted so as to be rotated on the same plane by matching the reflection on the first surface of the test plate when it faced the laser beam. The error introduced for the typical values $\theta=60^\circ$ and $\phi=0.7^\circ$ is 80 f in thickness and 1.5×10^{-7} in refractive index measurement respectively. The measurements of the new variable ϕ is the price that has to be paid for improving the accuracy in

Another source of error appears in the process of recombination of the selected output beams. Such a recombination can be done with a lens. In this case the interference between both beams is produced at the focus of the lens. The errors introduced in the determination of j are due to defects in the lens and its alignment. However, the recombination of such beams can be achieved using the experimental set-up shown in figure 6. A surface mirror and a beamsplitter, both of high quality and perfectly parallel were used. The detection of interference fringes is assured by using a lens. This lens plays a geometrical role and does not affect the determination of j . In both recombination cases the intermediate rays must be suppressed. As the beams are translated parallel to themselves according to the rotation of the test plate during refractive index measurements it could become necessary to reset the recombination system from time to time in order to cover the whole displacement.

3 Experimental details

A Fabry-Perot interferometer of 5 cm useful diameter with variable plate separation, that is, from 5 cm up to 20 cm and a reflectivity of the aluminium coating of 97% was constructed. An excellent degree of parallelism between the Fabry-Perot plates and also between them and the test plate was assured by matching the rays reflected on the different surfaces. This method of alignment is more accurate for large plate separations, but the Fabry-Perot interferometer gives the possibility of a more refined alignment by centring the interference patterns produced by those reflections. The operation ends when a low amplitude vibration is introduced in the two Fabry-Perot cavities formed between the mirrors and the surfaces of the test plate and is detected as a maximum

In this way the angle $\theta_0=0$ between the normal to the sample and the interferometer axis is set precisely. The Fabry-Perot axis was defined by the path of the laser beam. The rotation axis of the goniometer was made to intercept the interferometer axis perpendicularly and the test plate was mounted on the goniometer with the region of interest on that intersection point.

The above procedure ensures that the measured test plate thickness is the averaged thickness of the region of interest.

The determination of the number of interference orders corresponding to the rotation of the plate was made in the following way: after the angle $\theta_0=0$ was set, the Fabry-Perot cavity was adjusted in order to get exactly an interference minimum. This was achieved by means of a piezoelectric translator on which one of the interferometer mirrors was mounted. The rotation of the test plate finished when another interference minimum was just reached at the angle θ_1 . This final angle was chosen in every case by considering the error factors discussed above. The change in the interference order was monitored using an oscilloscope and an electronic counter. The electronic counter had a double level of sensitivity so that small vibrations produced during the test plate rotation are not counted.

For the refractive index measurements a stabilized Spectra-Physics He-Ne laser model 119 was used, and a Spectra-Physics He-Ne laser model 130 C was employed in plate thickness measurements.

4 Conclusions

The description of the proposed interferometric method has been approached from a general point of view to permit its use in any particular application. The method is useful in refractive index measurements of solids and fluids such as those described by Wendelöv *et al.* (1967) and Andréasson *et al.* (1971). However, in the present case the accuracy of the fringe determination is better and does not have the disadvantage of limited lens apertures. The method can be applied in the accurate determination of refractive index changes and in the control of plane parallel plates. It also allows the measurement of the thickness of thin transparent plane parallel plates or films; if the degree of parallelism between the faces is poor, the method gives an averaged thickness over a reduced area. The analysis of a nonparallel plate can be seen in Andréasson *et al.* (1971). In our case it must be taken into account that the Fabry-Perot interferometer path length is twice as long as that in a single pass interferometer. The degree of parallelism between faces can be checked with the same interferometric set-up by translating the test plate inside the Fabry-Perot cavity parallel to the mirrors. The process of measurement is simple and rapid. It is possible to obtain, as was shown, a high degree of accuracy.

Acknowledgments

The authors wish to acknowledge the financial aid of the Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina, and the Comisión de Investigación Científica of the Universidad Nacional de La Plata. They would like to express their gratitude to Professor R Platzcek, head of the Optical Laboratory of the Astronomical Observatory of the university, Ing. C Christiansen, head of the Electronic Laboratory of this department and their co-workers for the construction of several optical pieces and the electronic fringe counter respectively. They are also most grateful to the authorities of the Instituto Nacional de Tecnología Industrial, in particular R Steinberg, for the generous hospitality which made possible a part of this investigation.

References

- Andréasson S D H, Gustafsson S E and Halling N O 1971
J. Opt. Soc. Am. **61** 595-9
- Wendelöv L W, Wallin L E and Gustafsson S E 1967
Z. Naturf. **22A** 1180-4