

Aplicação do método simplex no tratamento por radioterapia

Thaís R Salvador¹, Silvia M S Carvalho², Mayk V Coelho³

^{1,2}DFQM, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, São Paulo, SP

³Universidade Federal de Alfenas, Poços de Caldas, MG

Introdução

O tratamento por radioterapia tem como objetivo a eliminação das células cancerígenas através de radiação ou alívio dos sintomas, e ao mesmo tempo procura evitar a destruição de células vizinhas saudáveis também afetadas pela radiação. Do ponto de vista matemático, o desafio consiste em emitir uma alta dosagem de radiação no tumor, suficiente para sua eliminação e interrupção do crescimento de células tumorais, e simultaneamente, minimizar a radiação nas regiões vizinhas compostas de tecido saudável, reduzindo ao máximo as complicações nestas regiões que são muitas vezes críticas.

Formulação do modelo matemático

Quando o câncer é diagnosticado e há a indicação médica para o tratamento por radioterapia, são realizados vários exames no paciente, com a finalidade de conhecer a localização, forma, e volume do tumor, bem como os tecidos críticos presentes na região a ser tratada. Com base nesses dados, a dose a ser recebida no tumor e o volume a ser irradiado podem ser prescritos pelo médico radioterapeuta.

Após a obtenção das imagens através da tomografia computadorizada ou da ressonância magnética, a dose mínima a ser aplicada no tumor é prescrita assim como as doses máximas que os tecidos críticos e saudáveis podem receber. Através dessas imagens, faz-se a seleção das estruturas anatômicas de interesse.

As metas abaixo indicam que este problema tem uma grande quantidade de parâmetros a considerar na decisão do que seria desejável para um plano de tratamento: transmitir uma dose uniformemente letal na região do tumor; transmitir uma radiação tão pequena quanto possível na estrutura crítica; obter uma dose total tão pequena quanto possível; reduzir a frequência de doses altas fora da região do tumor e controlar o número de raios utilizados no plano de tratamento, como observado por Barboza [2].

Na busca de doses uniformes, Holder [1] propôs um modelo de otimização linear para auxiliar no planejamento ótimo de Radiocirurgia, o qual pode ser representado pela

¹thasalvador@gmail.com

²silviamsc@ufscar.br

³mayk.coelho@unifal-mg.edu.br

seguinte formulação:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad & w l^T t + u_c^T c + u_g^T g \\
 \text{Sujeito a} \quad & l_t - L t \leq A_T x \leq u_t \\
 & A_C x \leq u_c + U_C c \\
 & A_G x \leq u_g + U_G g \\
 & 0 \leq L t \leq l_t \\
 & -u_c \leq U_C c \\
 & U_G g \geq 0 \\
 & x \geq 0,
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

onde: w : escalar positivo; x : dose do subfeixe que entra na imagem para alcançar o pixel $p, (x \in \mathcal{R}^n)$; $t \in \mathcal{R}^{m_T}, t \geq 0$; $c : c \in \mathcal{R}^{m_C}$; $g : g \in \mathcal{R}^{m_G}, g \geq 0$.

A função objetivo é representada pela soma ponderada de três metas: $l^T t$, que mede o quanto falta para que o plano encontrado consiga aplicar a dose mínima na região do tumor; $u_c^T c$ que mede a quantidade de radiação acima da prescrita recebida pela região crítica; $u_g^T g$ que mede a quantidade de radiação acima da prescrita nos demais tecidos saudáveis.

Resultados Computacionais

Para aplicação do modelo [1], considera-se hipoteticamente, que o paciente apresenta um tumor esférico, com diâmetro de 15mm, envolto por tecido crítico, exemplificando um tumor de medula, onde o há dificuldade no planejamento devido a lesão estar totalmente envolvido por uma estrutura crítica. Neste caso, foi indicado um tratamento radiocirúrgico com dose tumoral de 80 Gy, onde Gy representa a quantidade de energia de radiação ionizante absorvida (ou dose) por unidade de massa (1 Gray(Gy)= 1J/kg). Foi considerada uma porcentagem de variação $\varepsilon = 2\%$, assim a estrutura crítica pode receber até 40 Gy e a saudável no máximo 60 Gy. Como o escalar positivo (w) pondera a importância para que o tumor receba a dose mínima, foi considerado dois valores para comparação, sendo eles $w = 0, 1$ e $w = 40$.

Table 6.1: Resultados numéricos da otimização

Variáveis	$w = 0, 1$	$w = 40$
Valor da função objetivo	$2,9553 \times 10^{-06}$	$2,9800 \times 10^{-06}$
Iterações	38	38
Tempo	0,010718s	0,011471s
Tolerância	$1,0 \times 10^{-06}$	$1,0 \times 10^{-06}$
Excesso de dose no tumor	$0,1232 \times 10^{-06}$	$0,1133 \times 10^{-06}$
Excesso de dose no tecido crítico	$0,1142 \times 10^{-06}$	$0,1242 \times 10^{-06}$
Excesso de dose no tecido saudável	$0,0045 \times 10^{-06}$	$0,0045 \times 10^{-06}$

Analisando os resultados, pode-se perceber que a função minimizada obteve valor muito baixo, o que representa uma boa conformação das curvas de isodoses, garantindo

assim um tratamento seguro. Os excessos de dose nas regiões críticas e saudáveis e o déficit de dose na região tumoral é praticamente zero, mostrando portanto que o tumor recebeu a dose necessária para sua eliminação e que o limite de dose permitido para as outras regiões não foi ultrapassado.

Conclusões

Pode-se perceber que o modelo matemático [1] proposto pode ser uma ferramenta de grande importância na construção de planos de tratamento otimizado, pois fornece um conjunto de soluções ótimas, que associadas com o tratamento realizado, poderá possibilitar uma terapia de alta qualidade.

Referências

- [1] Allen, Holder. Designing radiotherapy plans with elastic constraints and interior point methods *Health care management science*. Harper-Row, 2003.
- [2] Cecília B. Barboza, Planejamento do tratamento por radioterapia através de métodos de pontos interiores, *Dissertação de Mestrado*, ICMC-USP-São Carlos.

