

Modelagem Matemática de Predação Doença-Seletiva

Altemir Bortuli Junior¹, Norberto Anibal Maidana²

^{1,2}Centro de Matemática, Computação e Cognição, UFABC, Santo André, SP

Introdução

Modelos matemáticos têm sido utilizados para explorar a dinâmica de interação presa-predador com presas infectadas por uma determinada doença. Dentre eles, o modelo desenvolvido e analisado em [2] descreve um fenômeno, denominado predação doença-seletiva, no qual o predador possui a capacidade de identificar as presas infectadas e evitar o seu consumo.

O que aqui propomos é a modelagem da dinâmica populacional de um sistema de interação presa-predador, com presas acometidas por uma doença infecciosa e a predação do tipo doença-seletiva.

Modelo Matemático de Predação Doença-Seletiva

Para o desenvolvimento do modelo matemático de predação doença-seletiva assumimos para a população de presas como em [2] o seguinte:

- A população de presas é dividida em duas classes: suscetíveis ($\bar{S}$) e infectadas ($\bar{I}$);
- A população de presas suscetíveis tem crescimento logístico a uma taxa intrínseca $\bar{r}$. Somente as presas suscetíveis se reproduzem, no entanto, as presas infectadas competem por recursos, assim, ambas as presas contribuem para a saturação do meio ambiente, com capacidade suporte $\bar{K}_1$;
- Parte da população de presas suscetíveis se torna infectada por transmissão direta, a uma taxa $\bar{\beta}$, pela incidência de ação de massas;
- A resposta funcional é do Tipo II de Holling [3], com taxa de eficiência de predação $\bar{w}$, e constante de saturação média $\bar{m}$;
- Presas infectadas não se recuperam e morrem a uma taxa $\bar{\gamma}$.

Para a população de predadores $\bar{P}$, assumimos que:

- A população de predadores tem fontes alternativas de alimento, denotada pela constante $\bar{K}_2$;

¹altemirbortulijunior@hotmail.com

²norberto.maidana@ufabc.edu.br

- A população de predadores cresce logisticamente a uma taxa intrínseca $\bar{\rho}$, com capacidade suporte dependente da população de presas suscetíveis, em cada instante t , e das fontes alternativas de alimento;
- A eficiência de conversão alimentar do predador é denotada por $\bar{h}$.

De acordo com o que foi descrito, o modelo matemático de predação doença-seletiva é dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{S}}{dt} = \bar{r}\bar{S} \left(1 - \frac{\bar{S} + \bar{I}}{\bar{K}_1} \right) - \bar{\beta}\bar{S}\bar{I} - \frac{\bar{w}\bar{P}\bar{S}}{1 + \bar{m}\bar{S}}, \\ \frac{d\bar{I}}{dt} = \bar{\beta}\bar{S}\bar{I} - \bar{\gamma}\bar{I}, \\ \frac{d\bar{P}}{dt} = \bar{\rho}\bar{P} \left(1 - \frac{\bar{P}}{\bar{K}_2 + \frac{\bar{S}}{\bar{h}}} \right), \end{array} \right. \quad (6.13)$$

em que $\bar{r}$, $\bar{\beta}$, $\bar{w}$, $\bar{h}$, $\bar{m}$ e $\bar{\rho}$ são constantes positivas. Consideramos as condições iniciais não-negativas e arbitrárias, ou seja, $\bar{S}(0) \geq 0$, $\bar{I}(0) \geq 0$ e $\bar{P}(0) \geq 0$.

Conclusões

A análise de estabilidade dos pontos de equilíbrio e as simulações numéricas realizadas em [1] evidenciaram que a sobrevivência da população de predadores, quando há disponibilidade de alimento alternativo, é pouco dependente da dinâmica da população de presas. No entanto, a dinâmica da população de presas é fortemente afetada pela ação da predação doença-seletiva.

Na análise do modelo, na ausência de predadores, determinamos o clássico valor limiar para a propagação da doença $\mathfrak{R}_0$, ocorrendo a propagação quando $\mathfrak{R}_0 > 1$. Já, na análise do sistema na presença de predadores determinamos um novo limiar para a propagação da doença $\mathfrak{R}_0^P$. Quando $\mathfrak{R}_0^P < 1$ a predação impede a propagação da doença.

Portanto, por meio do estudo teórico deste modelo foi possível determinar os principais aspectos eco-epidemiológicos associados ao fenômeno de o predador evitar seletivamente presas infectadas.

Referências

- [1] A. Bortuli Junior and N. A. Maidana. Mathematical Modeling of disease-selective predation. Submitted for publication, 2017.
- [2] K. P. Das, S. Roy and J. Chattopadhyay. Effect of disease-selective predation on prey infected by contact and external sources, *BioSystems*, 95:188–199, 2009.
- [3] C. S. Holling. Some characteristics of simple types of predation and parasitism, *Canadian Entomologist*, 91:385-398, 1959.

