

Sistemas p-fuzzy utilizando conjuntos fuzzy do tipo 2 intervalar

Rosana Motta Jafelice¹, Nathali Vega Cabrera², Marcos Antônio da Câmara³

^{1,3}Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil

²Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil

Introdução

A teoria dos conjuntos fuzzy do tipo 2 é um dos avanços recentes da teoria dos conjuntos fuzzy. Esta abordagem pretende ampliar a eficiência já comprovada da teoria clássica dos conjuntos fuzzy, atualmente conhecidos como conjuntos fuzzy do tipo 1, para situações reais de tomada de decisões [3]. Em Peixoto [4] tivemos o primeiro trabalho que apresentou os sistemas parcialmente fuzzy (p-fuzzy). Nestes tipos de sistemas, as equações diferenciais são substituídas por Sistemas Baseados em Regras Fuzzy (SBRF) nos quais a relação que descreve as variações das funções com as suas respectivas variáveis de estado é descrita por uma base de regras ao invés de equações diferenciais. O método de inferência utilizado foi o Método de Mamdani e o método de defuzzificação, o Centro de Gravidade. Em [2] foi feito um estudo sobre aplicações de sistemas p-fuzzy modelando equações diferenciais parciais, o método de inferência utilizado foi o de Takagi-Sugeno-Kang. Ressaltando que os sistemas p-fuzzy em [2] foram obtidos utilizando a função ANFIS (Adaptative Neuro-Fuzzy Inference Systems).

O objetivo deste trabalho é utilizar SBRF do tipo 2 intervalar em sistemas p-fuzzy para descrever uma melhor aproximação à solução determinística e aos dados populacionais do Peru. Apresentamos dois modelos, inicialmente o modelo p-fuzzy de Malthus obtido através de um SBRF do tipo 2 intervalar utilizando o método de inferência de Mamdani e o método de defuzzificação é, o centróide generalizado; em seguida, o modelo p-fuzzy

¹rmotta@ufu.br

²nathy232@hotmail.com

³camara@ufu.br

obtido para sete dados populacionais do Peru no período de 1961 a 2016, utilizando o método de Takagi-Sugeno-Kang. Neste caso, o SBRF do tipo 1, que é usado para comparar com o SBRF do tipo 2 intervalar é obtido utilizando a ANFIS. Depois determinamos o SBRF do tipo 2 intervalar empiricamente. Nos dois casos, calculamos o máximo do erro relativo em relação a solução determinística e em relação aos dados populacionais, respectivamente; o SBRF do tipo 2 intervalar se aproximou melhor destes pontos do que o SBRF do tipo 1, com uma pequena vantagem.

Preliminares

Definição: Dado um conjunto universo X , um conjunto fuzzy $\tilde{A}$ do tipo 2 em X , é o gráfico da função $\mu_{\tilde{A}} : X \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ em que $\mu_{\tilde{A}}$ é denominada a função de pertinência de $\tilde{A}$. Em outras palavras, o conjunto fuzzy do tipo 2 de X ($\tilde{A}$) é dado por:

$$\tilde{A} = \{((x, u), \mu_{\tilde{A}}(x, u)) | (x, u) \in X \times [0, 1], \mu_{\tilde{A}}(x, u) \in [0, 1]\}.$$

O SBRF do tipo 2 é constituído por cinco componentes: fuzzificador, inferência, base de regras, redutor de tipo e defuzzificador. Este sistema é composto por, no mínimo, um conjunto fuzzy do tipo 2 presente em um dos antecedentes que compõem uma das regras que formam o sistema.

Sistema p-fuzzy do tipo 2 de Malthus

O modelo contínuo de Mathus é dado por

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \alpha P(t) \\ P(0) = P_0 \end{cases} \quad (6.24)$$

cuja solução de (6.24) é dada por $P(t) = P_0 e^{\alpha t}$, em que α é uma taxa de crescimento constante. Em [1] é apresentado o sistema p-fuzzy do tipo 1 para o modelo de Malthus tendo como variável de entrada (P) e variável de saída $\left(\frac{dP}{dt}\right)$. Utilizamos integração numérica, Regra do Trapézio, para obter o próximo valor da população. Inspirados neste sistema, construímos o SBRF do tipo 2 intervalar. Na Figura 6.9 são apresentadas a solução

determinística, a curva da população em função do tempo obtida pelo p-fuzzy do tipo 1 e a curva da população em função do tempo obtida pelo p-fuzzy do tipo 2.

Sistema p-fuzzy do tipo 2 para Dados Populacionais do Peru

A partir de dados coletados nos últimos censos da população do Peru de 1961 a 2016 determinamos o SBRF do tipo 1 através da ANFIS. Este SBRF tem como variável de entrada (P) com suporte $[10.43, 31.98]$ em milhões de habitantes e variável de saída $\left(\frac{\Delta P}{\Delta t}\right)$. A ANFIS utiliza o método de inferência de Takagi-Sugeno-Kang e calculamos o próximo valor da população (P), com integração numérica, aplicando a Regra de Simpson. Construímos o SBRF do tipo 2 intervalar baseado no SBRF do tipo 1. Na Figura 6.10 são apresentadas os dados da população do Peru, e as curvas da população em função do tempo obtida pelo p-fuzzy do tipo 1 e do tipo 2. Através deste estudo podemos estimar os valores da população todo o ano porque a simulação é realizada com espaçamento $h = 1$.

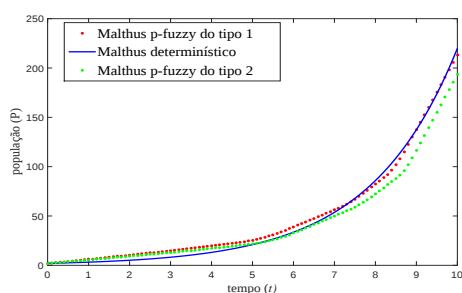


Figure 6.9: População em função do tempo.

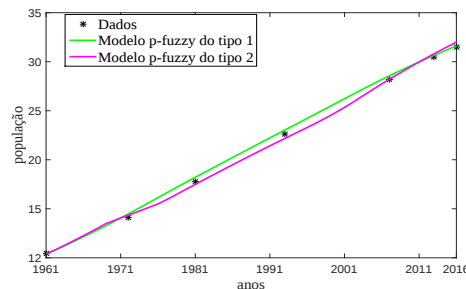


Figure 6.10: Pop.(milhões) em função dos anos.

Conclusões

O sistema p-fuzzy obtido pelo SBRF do tipo 1 para o Modelo de Malthus tem o máximo erro relativo em relação a solução determinística de 1.038, enquanto o SBRF do tipo 2 intervalar tem 0.819. O sistema p-fuzzy obtido pelo SBRF do tipo 1 para os dados da população do Peru através da ANFIS tem o máximo erro relativo em relação aos dados de 0.0255, enquanto o SBRF do tipo 2 intervalar tem 0.0205. Assim, a diferença entre os erros é menor, ressaltando que a ANFIS utiliza um algoritmo de aprendizagem

para identificar, a partir de dados, os parâmetros do SBRF do tipo Takagi-Sugeno-Kang. Assim, mesmo o SBRF do tipo 1 sendo obtido através de uma rotina de treinamento; o SBRF do tipo 2 intervalar ainda se aproximou melhor dos dados.

Referências

- [1] L. C. Barros e R. C. Bassanezi, Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática, 3^a edição, IMECC, UNICAMP, São Paulo, 2016.
- [2] D. P. L. Ferreira, Sistema p-fuzzy Aplicado às Equações Diferenciais Parciais, *Dissertação de Mestrado*, FAMAT, UFU, Uberlândia, 2012.
- [3] R. S. M. Jafelice e A. M. A. Bertone. Conjuntos Fuzzy do Tipo 2 Intervalar: Teoria e Aplicações, *Mini-curso apresentado no IV Quarto Congresso Brasileiro de Sistemas Fuzzy*, Campinas, 2016.
- [4] M. S. Peixoto, Sistemas Dinâmicos e Controladores Fuzzy: um estudo da dispersão da morte súbita dos citros em São Paulo, *Tese de Doutorado*, IMECC, UNICAMP, São Paulo, 2005.