

(De) Professores + a
Professores

*Compartilhando vivências, saberes e
aprendizagens em educação matemática*

Editora
FE - UNICAMP

Rosana Prado **BIANI**
Conceição Aparecida Cruz **LONGO**
Sergio **LORENZATO**

(De) $\frac{\text{Professores}}{\text{Professores}}$ + a

Compartilhando vivências, saberes e aprendizagens em educação matemática

ORGANIZADORES

ROSANA PRADO **BIANI**

CONCEIÇÃO APARECIDA CRUZ **LONGO**

SERGIO **LORENZATO**

Editora FE - Unicamp

Campinas, 2022

FICHA TÉCNICA

COPYRIGHT: Creative Commons CC-BY

TIRAGEM: e-Book

NORMALIZAÇÃO, PREPARAÇÃO E REVISÃO TEXTUAL

Leda Maria Farah [leda.farah@terra.com.br]

Logo do Gepemai: Fernando da Silva Ramos (*in memoriam*)

Logo do PSIEM-Gepemai:

A junção do logo do Psiem com o do Gepemai, que resultou no atual logo do grupo, foi feita por Thalita Cornélio.

PUBLICAÇÕES | Biblioteca | Faculdade de Educação – Unicamp

Supervisão: Roberta Pozzuto

Capa e Miolo: Raffaella Pezzuol Pellini [raffaellappellini@gmail.com]

EDITORA FE – UNICAMP

Série Editorial: Didáticas

CONSELHO EDITORIAL

Prof. Dr. Silvio Gallo (Editor Chefe)

Prof. Dr. Alexandro Henrique Paixão

Profa. Dra. Helena Sampaio

Profa. Dra. Maria Inês F. Petrucci-Rosa

Prof. Dr. Nelson Schapochnik

Roberta R. Fiolo Pozzuto

Prof. Dr. Roberto Nardi

Simone Lucas G. Oliveira

Prof. Dr. Walter Omar Kohan

Esse e-book foi submetido à avaliação de pares.

FICHA CATALOGRÁFICA

Catálogo na Publicação (CIP) elaborada por
Simone L. G. de Oliveira – CRB-8ª/8144

P942 De professores para professores: compartilhando vivências, saberes e aprendizagem em educação matemática [e-book] / organizadores: Rosana Prado Biani; Conceição Aparecida Cruz Longo; Sergio Lorenzato. -- Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2022.
182 p.

Série editorial: Didáticas.

ISBN: 978-65-00-59244-3

1. Educação matemática. I. Biani, Rosana Prado. II. Longo, Conceição Aparecida Cruz. III. Lorenzato, Sergio. IV. Título.

20ª CDD - 510



Grupo De Estudos e Pesquisa em Educação
Matemática nos/dos Anos Iniciais — Gepemai
(agosto/2009 – julho/2020)



Fale conosco: gepemai.unicamp@gmail.com

Visite nosso site: <https://www.cempem.fe.unicamp.br/gepemai/sobre-nos>



Nota dos organizadores: em julho de 2020, após a organização deste *e-book*, aconteceu a fusão do Gepemai com o grupo Psicologia da Educação Matemática (Psiem), passando a ser Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores (Psiem-Gepemai).

De Professores para Professores:

compartilhando vivências, saberes e aprendizagens em educação matemática

ORGANIZADORES

ROSANA PRADO BIANI
CONCEIÇÃO APARECIDA CRUZ LONGO
SERGIO LORENZATO

AUTORES

Adilson Pedro Roveran
Adriana Franco de Camargo
André Luis Novaes
Apolo Rubens de Camargo
Bruno Damien da Costa Paes Jürgensen
Carla Beatriz Inácio Oliveira
Cintia Marques Pinho Forte
Conceição Aparecida Cruz Longo
Cristiane Mininel da Silva
Domenico Gallicchio Neto
Eliane Lepesteur
Gisele Silva da Costa Cardozo
José Galhardo Leite de Moraes
Keli Cristina Conti
Leticia Harumi Moraes Yamashita Kawahama
Luís Eduardo Corrêa
Márcia Cristina Tognete Rocha
Michele Rocha Gerage
Natália Cristina Geraldo
Paulo César da Penha
Ricardo Benedito de Oliveira
Rodrigo Donizete Serra
Rosana Prado Biani
Solange Loureiro Pozzuto
Tania Regina Zieglitz Santos

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	8
<i>ADRIANA FRANCO DE CAMARGO AUGUSTO</i>	
QUANDO OS PROFESSORES SE REÚNEM – Compartilhando Saberes, Vivências e Aprendizagens.....	14
<i>KELI CRISTINA CONTI</i>	
REGRA DA FALSA POSIÇÃO	24
<i>ADILSON PEDRO ROVERAN</i>	
INTRODUÇÃO AO USO DO TRANSFERIDOR POR MEIO DA CONSTRUÇÃO DE AVIÕES DE PAPEL	28
<i>APOLO RUBENS DE CAMARGO</i>	
"STRANGER ALGEBRA": Jogo para o Ensino de Cálculo Algébrico no 8º Ano do Ensino Fundamental.....	32
<i>BRUNO DAMIEN DA COSTA PAES JÜRGENSEN</i>	
DESCOBRINDO O CUBO	38
<i>CINTIA MARQUES PINHO FORTE</i>	
QUAL É A FINALIDADE DOS DOIS ÚLTIMOS DÍGITOS DO CPF?	43
<i>CONCEIÇÃO APARECIDA CRUZ LONGO</i>	
USO DO MATERIAL MANIPULATIVO E DIGITAL COM AS FICHAS SOBREPOSTAS	47
<i>CRISTIANE MININEL DA SILVA</i>	
TANGRAM: Uma Possibilidade para o Ensino e a Aprendizagem de Matemática.....	55
<i>ANDRÉ LUIS NOVAES</i>	
<i>DOMENICO GALLICCHIO NETO</i>	
BRINCANDO COM A MATEMÁTICA	63
<i>ELIANE LEPESTEUR</i>	
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: Nós Precisamos Contar.....	72
<i>GISELE SILVA DA COSTA CARDOZO</i>	
USO DE DOBRADURA PARA APRESENTAÇÃO DA PARÁBOLA.....	85
<i>JOSÉ GALHARDO LEITE DE MORAES</i>	

A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA VISUAL PARA O ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO PARA ALUNOS SURDOS	95
<i>LETICIA HARUMI MORAES YAMASHITA KAWAHAMA</i>	
<i>MICHELE ROCHA GERAGE</i>	
MATERIAL CUISENAIRE: Ensino do Mínimo Múltiplo Comum e do Máximo Divisor Comum	102
<i>LETICIA HARUMI MORAES YAMASHITA KAWAHAMA</i>	
<i>MICHELE ROCHA GERAGE</i>	
O ENSINO DE GRANDEZAS E MEDIDAS COM MATERIAIS DE MANIPULAÇÃO	110
<i>LUÍS EDUARDO CORRÊA</i>	
MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL: Sudoku de Figuras Geométricas	115
<i>MÁRCIA CRISTINA TOGNETE ROCHA</i>	
A MATEMÁTICA ESTÁ EM TUDO! ATÉ NA NUTRIÇÃO	119
<i>NATÁLIA CRISTINA GERALDO</i>	
<i>MÁRCIA CRISTINA TOGNETE ROCHA</i>	
UM NÚMERO MUITO IMPORTANTE “VINDO DOS OBJETOS REDONDOS”: Pi (Π) – Um Número na Circunferência.....	123
<i>PAULO CÉSAR DA PENHA</i>	
LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA: Tecendo Fios do Ensinar e Aprender Geometria Plana no Ensino Fundamental	132
<i>RICARDO BENEDITO DE OLIVEIRA</i>	
<i>CARLA BEATRIZ INÁCIO OLIVEIRA</i>	
QUAL É A IDADE DOS FILHOS? Uma Atividade de Leitura, Interpretação e Raciocínio Lógico-Matemático.....	143
<i>RODRIGO DONIZETE SERRA</i>	
A CENTOPEIA E SEUS PROBLEMAS	147
<i>ROSANA PRADO BIANI</i>	
DESAFIOS MATEMÁTICOS PARA MOTIVAÇÃO NA APRENDIZAGEM	159
<i>SOLANGE LOUREIRO POZZUTO</i>	
MATEMÁTICA LÚDICA – A Geometria no Tangram.....	164
<i>TANIA REGINA ZIEGLITZ SANTOS</i>	
MINICURRÍCULO DOS ORGANIZADORES	175
MINICURRÍCULO DOS AUTORES	177

APRESENTAÇÃO

Tenho a honra de apresentar este livro, mais uma produção do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais – *Gepemai*, que desde julho de 2020 passou a ser Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores – *Psiem-Gepemai* –, um grupo colaborativo de professores que se preocupam com o ensino de Matemática nas escolas, desenvolvendo atividades lúdicas e investigativas, de maneira a proporcionar momentos de prazer aos alunos enquanto aprendem.

Em 2019, o Gepemai completou dez anos. Para comemorar esta data, o grupo decidiu produzir um *e-book* constituído de textos que descrevessem atividades desenvolvidas em sala de aula, com os alunos, ou em cursos de formação de professores. Para isso foram convidados a enviar trabalhos os membros que participam atualmente do grupo, os ex-membros e os professores que participaram das Oficinas de Formação durante a Semana Nacional de Ciência e Tecnologia, em 2017, e desenvolveram projetos em suas salas de aula com seus alunos. Os trabalhos relatam experiências, sequências de ensino; descrevem atividades; apresentam materiais manipulativos, jogos etc., com o objetivo de dar subsídio aos professores em sua prática em sala de aula. Todos os trabalhos enviados foram aceitos e incluídos no livro.

Estou feliz por este grupo vir se reunindo há dez anos para estudar e trocar experiências e por eu ter participado de sua fundação no ano de 2009. Ele contribuiu muito para que eu me tornasse a professora que sou hoje.

É muito importante que os professores participem de grupos de estudos colaborativos, como o Gepemai, para ter um espaço em que possam trocar experiências, realizar estudos teóricos e refletir sobre sua prática. O grupo proporciona momentos de investigação, discussão e socialização de ideias que enriquecem o desenvolvimento e o trabalho do professor.



Mais do que nunca é necessário repensar o trabalho em sala de aula, de forma a envolver e despertar o interesse dos alunos, estimular sua curiosidade e criatividade, dar espaço para que assumam o protagonismo de sua aprendizagem por meio de uma postura investigativa.

E este livro vem ao encontro dos anseios e das indagações atuais, ao compilar vários textos que tanto demonstram a preocupação dos professores em trabalhar temas atuais e essenciais, de enorme relevância social, como, por exemplo, a inclusão, ou ainda relacionados à cidadania e ao consumo consciente, quanto revelam o desejo de apresentar aos alunos uma matemática próxima de seu cotidiano, lúdica, por meio de atividades que recorrem à história da matemática, ao trabalho interdisciplinar, aos materiais manipuláveis, dentre eles as dobraduras, ao uso de jogos. Fruto de muitas pesquisas e do uso da tecnologia, os textos englobam desde os Anos Iniciais até o Ensino Superior.

No capítulo inicial, Keli, em seu texto, um ensaio, fala sobre a importância de os professores se reunirem para estudar, compartilhar saberes, aprendizagens e refletir sobre sua própria prática. Destaca o papel do professor como protagonista de sua formação e também como produtor de conhecimento.

O texto seguinte, um relato de experiência, nos recorda a regra da falsa posição que explora a resolução de uma equação de primeiro grau com uma incógnita, utilizando o princípio fundamental das proporções. Adilson, apoiando-se na obra *O homem que calculava*, de Malba Tahan, adaptou a linguagem para apresentar o assunto aos alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental.

Apolo relata, no terceiro texto, uma experiência por ele desenvolvida para introduzir, de maneira prazerosa e lúdica, o uso do transferidor, usando o transferidor de acrílico e um aplicativo de celular projetado para, por meio de dobraduras, construir aviões de papel.

No quarto texto, o professor Bruno defende a utilização de jogos virtuais, tendo em vista a motivação dos alunos para a aprendizagem. Em seu relato ele



discorre sobre a experiência de elaboração e aplicação de um jogo para o ensino de cálculo algébrico no 8.º ano do Ensino Fundamental.

No capítulo intitulado *“Descobrimos o cubo”*, Cintia, argumentando que a construção de materiais manipulativos contribui para uma melhor compreensão do abstrato, relata um trabalho sobre a construção de um brinquedo chamado Cubo Infinito e aponta como, por meio dele, é possível descrever atividades para identificar elementos que constituem os poliedros.

Em seguida, o texto de Conceição expõe uma proposta de atividade que discute a finalidade dos dois últimos dígitos do CPF. Um exemplo de atividade contextualizada e com relevância social, que envolve cálculos com as quatro operações básicas.

O sétimo texto do livro, escrito por Cristiane, trata da utilização, com alunos do 2.º ano do Ensino Fundamental, das fichas sobrepostas, com o intuito de, valendo-se de jogos manipulativos e jogos digitais, desenvolver a relação entre a escrita de um número no sistema de numeração decimal e sua decomposição.

No capítulo seguinte, André e Domenico compartilham no texto sua experiência com a utilização do Tangram para o ensino de Matemática. Através de atividades significativas, buscaram propiciar o desenvolvimento do raciocínio lógico e geométrico e estimularam a criatividade, utilizando o material didático e lúdico, e valorizando, assim, a participação dos alunos.

Em *“Brincando com a matemática”*, Eliane narra seu trabalho de tornar essa disciplina mais divertida. Com ênfase no raciocínio lógico, durante a realização de oficinas para a elaboração de jogos, ela procurou estimular seus alunos a criarem atividades que eles próprios iriam utilizar.

O texto de Gisele traz uma proposta de trabalho com o sistema de numeração decimal, direcionada aos alunos do 3.º ano do Ensino Fundamental e ancorada em duas vertentes: uma se refere à importância de abordar a história da matemática durante as aulas; e a outra relaciona-se à construção de materiais



didáticos para o laboratório de Ensino de Matemática, de forma a mobilizar nos alunos a curiosidade e a postura investigativa.

José Galhardo, em seu texto, descreve uma proposta que pode ser desenvolvida no Ensino Fundamental, Médio ou Superior, na qual ele utilizou dobraduras para a construção e a visualização da Parábola. O trabalho se iniciou a partir da pergunta aos seus alunos sobre qual seria a melhor curva para a construção de um *half de skate*.

Nos dois próximos textos, Letícia e Michele demonstram sua preocupação em elaborar atividades para alunos surdos. No primeiro, elas relatam a experiência de confeccionar um recurso tátil-visual de papelão para apresentar-lhes a tabuada, a fim de que eles compreendessem o conceito de multiplicação e trabalhassem de forma motivadora e significativa. No segundo texto, as autoras contam a experiência de recorrer ao material Cuisinaire para ensinar o MMC e o MDC, destacando o material manipulável como um recurso que auxilia na construção do conhecimento.

O décimo quarto texto é de Luís Eduardo. Ele escreve sobre sua experiência, voltada para o 9.º ano do Ensino Fundamental, de elaborar uma atividade, partindo do princípio do ladrilhamento, para desenvolver o conceito de área. Suas ações são direcionadas para a construção de materiais manipuláveis. Neste texto é possível observar como o professor vai refletindo e se aperfeiçoando ao longo do processo.

Marcia descreve em seu texto a elaboração e o desenvolvimento de atividades com o jogo Sudoku, de figuras geométricas, no trabalho com Geometria em classes de 2.º e 3.º anos, com o objetivo de que as crianças desenvolvam o raciocínio lógico e o reconhecimento das formas geométricas.

No texto seguinte, Natália e Marcia divulgam um projeto realizado com alunos do 2.º e 4.º anos do Ensino Fundamental. Introduziram o conceito de nutrição e, a partir dele, desenvolveram atividades relacionadas a pirâmide alimentar, alimentos saudáveis, preços de produtos, análise de pesos e medidas,



produção de receitas, entre outras. Trata-se de um assunto de extrema relevância, pois possibilita aos alunos associarem os conhecimentos adquiridos na escola com seu uso no dia a dia.

A atividade de exploração do número π (pi) é relatada no próximo texto, escrito por Paulo César. Ele fala do surgimento desse número, valendo-se de atividades práticas de medição de objetos com formato circular, discutindo a relação entre comprimento e diâmetro da circunferência. Seus alunos também realizaram pesquisas, encontrando padrões em frutas, flores e animais.

O Laboratório de Matemática é o destaque do próximo capítulo, escrito por Ricardo e Carla. O texto versa sobre a geometria plana, apresentando um experimento de ladrilhamento do plano com polígonos regulares. Os autores chamam a atenção para a necessidade de uma nova dinâmica na abordagem dos conteúdos.

Rodrigo expõe, no texto seguinte, uma atividade para trabalhar leitura, interpretação e desenvolvimento do raciocínio lógico. Por meio de uma história, ele procurou desafiar os alunos, instigar a criatividade deles e favorecer discussões e socializações de ideias.

A autora Rosana, em seu capítulo, intitulado “A centopeia e seus problemas”, apresenta uma sequência de ensino, que foi desenvolvida com seus alunos do 2.º do Ensino Fundamental. A partir da literatura infantil e da resolução de problemas com uma abordagem lúdica, entrelaçou conhecimentos de matemática e de outras disciplinas, valorizando as estratégias e as soluções de cada aluno.

No penúltimo texto do livro, Solange descreve sua prática, utilizando desafios matemáticos com alunos de 6.º e 7.º anos do Ensino Fundamental. Ela defende que a aula deve conter um lado lúdico e desafiador para motivar o processo de ensino-aprendizagem.

O livro se encerra com o capítulo proposto por Tânia, em que relata a experiência com o Tangram em uma oficina para professores. A autora nos



provoca a pensar sobre o trabalho com noções geométricas desde o início da escolarização.

A leitura de todas essas experiências narradas nos textos aqui apresentados pelos integrantes do grupo Gepemai¹ vem concretizar a ideia sempre defendida pelo professor Sérgio Lorenzato: o ensino por meio do Laboratório de Matemática.

Espero que a diversidade de assuntos e as práticas aqui relatadas possam servir de inspiração e contribuir para o trabalho de professores e futuros professores em seus estudos e em suas aulas.

Boa leitura!

Adriana Franco de Camargo Augusto

Campinas, fevereiro de 2020

¹ Atual Psiem-Gepemai.

QUANDO OS PROFESSORES SE REÚNEM

Compartilhando Saberes, Vivências e Aprendizagens

Keli Cristina CONTI

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

keli.conti@gmail.com

Tenho trabalhado com formação de professores, em especial quando eles se reúnem em grupos colaborativos, a partir da minha própria vivência no Grupo de Sábado (GdS), que desde sua formação, em 1999, tem contribuído com a formação de professores e estudos sobre a prática profissional nessa perspectiva da colaboração, por meio de artigos e livros que trazem narrativas e estudos de professores de Matemática. Como o próprio nome diz, o grupo se reúne aos sábados na Faculdade de Educação da Unicamp.

E, quando os professores se reúnem para compartilhar saberes, vivências e aprendizagens, algo os une e se mantém nesse processo de estudos e desenvolvimento profissional. Neste capítulo, revisitando vários estudos que tenho desenvolvido desde então (CONTI, 2015; CONTI; CARVALHO, 2014; STEHLING; CONTI, 2019), destaco a importância dessa “reunião”, do compartilhamento de saberes, de vivências e de aprendizagens.

E a formação dos professores?

Ao refletirmos sobre a formação de professores, notamos que, atualmente, há várias ações nesse sentido; mas, infelizmente, como ressaltam Fullan e Hargreaves (2001, p. 41), *“muitas das iniciativas de formação contínua assumem a forma de algo que é feito aos professores e não com eles, muito menos por eles”*.

Sobre isso, Ponte (2011, p. 303) menciona que “há um consenso generalizado de que a formação de professores é um elemento essencial para a qualidade do ensino de qualquer assunto” e complementa que a formação de professores costuma ser, frequentemente, alvo de fortes críticas. Citando Smith



(2001), Ponte (2011, p. 303-304) comenta que os programas de formação de professores veem o ensino como técnico e rotineiro, são de curta duração, muitas vezes, sem relação com a prática e *“tendem a seguir um modelo ‘acadêmico’, com um currículo predefinido e atividades estruturadas com base em um paradigma de transmissão de conhecimentos”*. Ponte (2011) também menciona que esses cursos têm pouco impacto sobre a prática da sala de aula.

Segundo Almeida (2011, p. 1), tem havido mudanças:

A formação de professores tem evoluído, ao longo dos anos, de uma formação focalizada no professor, para um conceito de formação mais abrangente em que, para além do professor, as escolas, enquanto contextos, e também os alunos, assumem um papel importante, sendo considerados tema e conteúdo relevantes na formação.

Na perspectiva apresentada por Almeida (2011), a escola deixa de ser um local de aprendizagem exclusiva dos estudantes, já que, articulada aos processos de formação, ela é, também, o contexto em que os professores atuam. A escola também se torna um espaço conjunto de interação, visando à melhoria dos processos de ensino e aprendizagem e à inovação.

Ponte (2011, p. 304) menciona que a formação de professores (inicial ou continuada) deve se apoiar em um processo de desenvolvimento profissional, que se enquadra em *“interagir e compartilhar experiências com outros professores e requer articulação de interesses, necessidades e recursos de professores e seus contextos profissionais”*. Passamos, então, a refletir sobre o desenvolvimento profissional dos professores e, em busca de um conceito que considere o professor como protagonista de sua formação, procuramos superar os conceitos de formação de professores – inicial e contínua, ou continuada – que, na maioria das vezes, não consideram os futuros professores e os professores como produtores de conhecimento.



Desenvolvimento profissional dos professores

O conceito de desenvolvimento profissional tem sofrido modificações ao longo do tempo. Nossa abordagem assume a perspectiva de o professor ser profissional do ensino.

Day (2001, p. 20-21), a partir de uma visão holística do desenvolvimento profissional de professores, apresenta uma definição que busca expressar a reflexão sobre a complexidade do processo:

O desenvolvimento profissional envolve todas as experiências espontâneas de aprendizagem e as atividades conscientemente planejadas, realizadas para benefício, direto ou indireto, do indivíduo, do grupo ou da escola e que contribuem, através destes, para a qualidade da educação na sala de aula. É o processo através do qual os professores, enquanto agentes de mudanças, reveem, renovam e ampliam, individual ou coletivamente, o seu compromisso com os propósitos morais do ensino, adquirem e desenvolvem, de forma crítica, juntamente com as crianças, jovens e colegas, o conhecimento, as destrezas e a inteligência emocional, essenciais para uma reflexão, planejamento e prática profissionais eficazes, em cada uma das fases das suas vidas profissionais.

Tal definição, além de buscar expressar a reflexão sobre a complexidade do processo de desenvolvimento profissional, revela também que se atribui um papel fundamental à investigação sobre a aprendizagem e sobre o desenvolvimento do professor para o sucesso dos processos de ensino-aprendizagem.

Investir na profissão, refletir sobre sua prática, enfrentar as questões incômodas são atitudes que o professor terá que valorizar e podem ser favorecidas pelo contexto, em especial o colaborativo (desenvolvimento profissional coletivo), pois lhe dá a oportunidade de interagir, compartilhar experiências e se sentir apoiado. Nóvoa (1992, p. 26-27, grifo do autor) expõe que *“as práticas de formação que tomem como referência as dimensões coletivas contribuem para a emancipação profissional e para a consolidação de uma profissão que é autônoma na produção dos seus saberes e dos seus valores”*.



Um estudo realizado pelo Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática – FE/Unicamp (GEPFPM), com foco de investigação na formação e no desenvolvimento profissional do professor de Matemática, identificou, entre outras questões, algumas práticas consideradas promotoras do desenvolvimento profissional em diferentes espaços considerados formativos: práticas coletivas de reflexão, colaboração e investigação; reflexão e investigação sobre a própria prática e análise sistemática sobre a experiência realizada; produção de diários reflexivos – geralmente narrativos – sobre o processo de vir a ser professor; participação ativa como docente ou discente em processos de inovação curricular; projetos de formação inicial e continuada de professores, acompanhados de um processo reflexivo; e problematização e reflexão sistemática sobre a prática docente.

A propósito, concordamos com as características apontadas por Marcelo (2009, p. 10-11), a respeito de uma “nova perspectiva” de desenvolvimento profissional, sobre a qual destacamos:

1. Baseia-se no construtivismo, e não nos modelos transmissivos, entendendo que o professor é um sujeito que aprende de forma ativa ao estar implicado em tarefas concretas de ensino, avaliação, observação e reflexão;
2. Entende-se como sendo um processo a longo prazo, que reconhece que os professores aprendem ao longo do tempo. Assim sendo, considera-se que as experiências são mais eficazes se permitirem que os professores relacionem as novas experiências com seus conhecimentos prévios. Para isso, é necessário que se faça um seguimento adequado, indispensável para que a mudança se produza;
3. Assume-se como um processo que tem lugar em contextos concretos. Ao contrário das práticas tradicionais de formação, que não relacionam as situações de formação com as práticas em sala de aula, as experiências mais eficazes para o desenvolvimento profissional docente são aquelas que se baseiam na escola e que se relacionam com as atividades diárias realizadas pelos professores;
4. O desenvolvimento profissional docente está diretamente relacionado com os processos de reforma da escola, na medida em que este é entendido como um processo que tende a reconstruir a cultura escolar e no qual se implicam os professores enquanto profissionais;



5. O professor é visto como um prático reflexivo, alguém que é detentor de conhecimento prévio quando acede à profissão e que vai adquirindo mais conhecimento a partir de uma reflexão acerca de sua experiência. Assim sendo, as atividades de desenvolvimento profissional consistem em ajudar os professores a construir novas teorias e novas práticas pedagógicas;

6. O desenvolvimento profissional é concebido como um processo colaborativo, ainda que se assuma que possa existir espaço para o trabalho isolado e para a reflexão;

7. O desenvolvimento profissional pode adotar diferentes formas em diferentes contextos. Por isso mesmo, não existe um e só um modelo de desenvolvimento profissional que seja eficaz e aplicável em todas as escolas. As escolas e docentes devem avaliar as suas próprias necessidades, crenças e práticas culturais para decidirem qual o modelo de desenvolvimento profissional que lhes parece mais benéfico.

Consideramos importante tornar os professores protagonistas de seu processo de formação, assumindo o caminho apontado por Ponte (2011) e Nóvoa (1992), para que ele possa se formar, fazendo investigações favorecidas por um contexto colaborativo. Nesse processo, considerando o protagonismo do professor para o desenvolvimento curricular e profissional, as práticas apontadas como potencializadoras por Passos *et al.* (2006) e Marcelo (2009) convergem para a incorporação do docente em grupos de investigação.

Passamos agora a refletir sobre os grupos de investigação, especialmente os colaborativos.

Grupos colaborativos

Apesar de o termo “colaboração” estar aparecendo com mais frequência em trabalhos que estudam o desenvolvimento profissional, o seu conceito nem sempre é o mesmo. Hargreaves (1998, p. 216-217) aponta que, na cultura da colaboração, as relações tendem a ser espontâneas, voluntárias, orientadas para o desenvolvimento, definidas no tempo e no espaço e imprevisíveis. Costumam partir dos próprios professores, e não há constrangimentos administrativos ou de coerção. Uma vez que o controle daquilo que desenvolvem está nas mãos dos professores, os resultados não podem ser previstos.



Assumimos, então, a perspectiva da colaboração, defendida por Hargreaves (1998) como potencializadora do desenvolvimento profissional e, em consonância com nossos propósitos, aquela em que *“professores da escola e da universidade, mestrandos e doutorandos e futuros docentes podiam, juntos, aprender a enfrentar o desafio da escola atual”* (FIORENTINI, 2011, p. 7, grifo do autor). Quando assumimos a ideia de “juntos”, estamos pensando na proposta de trabalho em grupo, de um grupo colaborativo, assumindo, como Fiorentini (2004, p.52), que, na colaboração,

[...] todos trabalham conjuntamente (co-laboram) e se apóiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo. Na colaboração, as relações, portanto, tendem a ser não-hierárquicas, havendo liderança compartilhada e coresponsabilidade pela condução das ações.

De acordo com Coelho (2010, p. 17), quando um grupo é formado nesse sentido da colaboração, com pessoas dispostas a compartilhar espontaneamente algo de interesse comum – no nosso caso, a Matemática –, *“as distintas contribuições e os diferentes níveis de participação oferecem condições satisfatórias para a geração de conhecimento e para o crescimento pessoal dos participantes”*.

Sobre isso, Fiorentini (2010, p. 582) defende:

Em cada grupo colaborativo os formadores, professores e futuros professores analisam e discutem os problemas e desafios trazidos pelos professores, episódios de aula narrados e documentados pelos professores, e negociam conjuntamente significados e outras possibilidades de intervenção em suas práticas escolares, sobretudo tarefas e atividades exploratório-investigativas.

Quando nos implicamos nesse processo de desenvolvimento profissional, num contexto colaborativo, o formador que investiga e apoia o processo, o professor e o futuro professor, juntos, desenvolvem um trabalho que requer, de acordo com Ferreira (2003), identificar os conhecimentos teóricos e práticos para desenvolver um ensino efetivo e significativo para os estudantes e assumir que



os professores também constroem conhecimento - e o analisam; tomam a aprendizagem como um processo contínuo; e levam em conta a contextualização e também a realidade escolar na qual está inserido ou da qual futuramente fará parte.

Nesses dez anos, o Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais (Gepemai) tem contribuído para o desenvolvimento profissional dos professores envolvidos. Os diferentes participantes – futuros professores, professores com diferentes experiências, pesquisadores –têm tido oportunidade de, no contexto colaborativo, estudar, problematizar, refletir, investigar e escrever sobre a complexidade de ensinar e aprender Matemática nas escolas. Os professores têm trazido problemas e desafios da prática docente; os futuros professores têm aprendido, junto com os professores, a problematizar as situações do dia a dia escolar, tentando superar os desafios e os problemas; e os pesquisadores têm atuado em função das demandas, apresentando subsídio teórico, problematizando as situações e incentivando a escrita. Assim, aprendem a, juntos, trabalhar colaborativamente.

Esse contexto colaborativo e o percurso do grupo de estudos também evidenciaram que essa modalidade de formação continuada, mais do que uma necessidade para o trabalho do professor, constitui uma condição de trabalho, ajudando-o nas práticas do cotidiano docente, seja nos dilemas ou nas dificuldades; auxiliando a suprir possíveis lacunas na sua formação; reconhecendo a prática pedagógica do professor como ponto de partida; valorizando sua formação e, em especial, a Matemática; respeitando suas singularidades e potencialidades; possibilitando a ampliação dos conhecimentos; e considerando suas necessidades em um contexto colaborativo.

Diante dos indícios de desenvolvimento profissional possibilitados pela participação em grupos colaborativos, defendemos o reconhecimento e a valorização da participação de professores, futuros professores e pesquisadores em grupos de contexto colaborativo. E concordamos com Grando e Nacarato (2014) sobre a importância de ações que possibilitem que mais professores



participem de grupos em contexto colaborativo, apontando para políticas públicas que valorizem a formação de professores, de forma que:

- ▶ A participação no grupo seja considerada como tempo de formação para o professor;
- ▶ Sejam atribuídas bolsas para professores da Educação Básica que assumem o papel de parceiros de pesquisa;
- ▶ Sejam concedidas bolsas para pós-graduandos que tomam a própria prática como objeto de investigação;
- ▶ Haja financiamento de projetos dessa natureza (parceria universidade-escola, grupos no interior da escola, etc.);
- ▶ Seja incentivada e promovida a participação dos professores em eventos e reuniões para divulgação das experiências e das pesquisas;
- ▶ Sejam facilitados os trâmites burocráticos na realização da pesquisa em sala de aula (comitê de ética, videogravação e audiogravação de aulas etc.). (GRANDO; NACARATO, 2014, p. 85-86).

De acordo com Grando e Nacarato, (2014, p. 86), essas ações ainda tornariam o *“trabalho do professor menos solitário e com uma visibilidade e respeito pelas suas práticas construídas no cotidiano da sala de aula”*. Ressaltamos que a participação em grupos colaborativos não deve constituir uma nova obrigação para os professores, mas, sim, uma opção formativa.

Algumas considerações

Com as reflexões a partir da formação de professores, o desenvolvimento profissional e o papel dos grupos colaborativos, destacamos que experiências como as do Gepemai reforçam o sentimento de que temos que continuar. A Educação e a Educação Matemática são áreas que carecem dessas estratégias fundamentais para a formação de professores e futuros professores. Além disso, as narrativas, como as que têm sido produzidas pelo grupo, são apontadas como potencializadoras do desenvolvimento profissional, e as destacamos como estratégia formativa.

Concordamos também com Nacarato (2013, p. 29) que é *“de fundamental importância que as narrativas sejam publicadas, para que outros professores tenham acesso a elas”*, pois *“tais publicações constituem um incentivo ao professor para registrar suas práticas e o colocam como protagonista de seu currículo”*. E, como recomenda



Kilpatrick (1996, p.106-107): “pesquisa deve ser pública; ela deve ser compartilhada”.

Referências

ALMEIDA, Maria Teresa S. N. G. F. **Desafios ao desenvolvimento profissional:** do trabalho colaborativo ao nível da escola a um grupo sobre a escrita. 2011. 310 f. Tese (Doutorado) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2011.

COELHO, Maria Aparecida **Os saberes profissionais dos professores:** a problematização das práticas pedagógicas em estatística mediadas pelas práticas colaborativas. 2010. 223 f. Tese (Doutorado) – Campinas: Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

CONTI, Keli Cristina. **Desenvolvimento profissional de professores em contextos colaborativos em práticas de letramento estatístico.** 2015. 301f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, Campinas, SP, 2015.

CONTI, Keli Cristina; CARVALHO, Dione L. Processo de desenvolvimento de professores e futuros professores num grupo de estudos sobre ensinar e aprender Estatística. In: CONGRESSO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 2., CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES, 12., 2014, Águas de Lindóia. **Anais [...]**. São Paulo: Universidade Estadual Paulista, Pró-Reitoria de Graduação, 2014. v. 1. p. 4369-4381.

DAY, Christopher. **Desenvolvimento profissional de professores:** os desafios da aprendizagem permanente. Porto: Porto Editora, 2001.

FERREIRA, Ana Cristina. **Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática:** uma experiência de trabalho colaborativo. 2003. 368 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, Campinas, SP, 2003.

FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, Marcelo C.; ARAÚJO, Jussara L. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 47-76.

FIORENTINI, Dario. Desenvolvimento profissional e comunidades investigativas. In: DALBEN, Angela *et al.* (org.). **Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente:** Educação ambiental – Educação em ciências – Educação em espaços não escolares – Educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. p. 570-590.

FIORENTINI, Dario (coord.). A investigação em educação matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 26 a 30 de junho 2011. **Anais [...]**. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2011. p. 01-19. Disponível em: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2910/1225. Acesso em: 25 nov. 2012.

FULLAN, Michael; HARGREAVES, Andy. Por que é que vale a pena lutar? Porto: Porto Editora, 2001.

GRANDO, Regina C.; NACARATO, Adair. GRUCOMAT como uma comunidade de aprendizagens e de investigações compartilhadas. In: GONÇALVES JÚNIOR, Marcos;



CRISTOVÃO, Eliane M.; LIMA, Rosana C. R. (org.). **Grupos colaborativos e de aprendizagem do professor que ensina Matemática**: repensar a formação de professores é preciso!. Campinas: FE/Unicamp, 2014. p. 78-86.

HARGREAVES, Andy. **Os professores em tempo de mudança**. Porto: Edições ASA, 1998.

KILPATRICK, Jeremy. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico. **Zetetiké** –Revista do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática (CEMPem) da Faculdade de Educação da Unicamp, Campinas, v. 4, n. 5, p. 99-120, jan./jun. 1996.

MARCELO, Carlos G. Desenvolvimento profissional: passado e futuro. **Sísifo** – Revista das Ciências da Educação, Lisboa, n. 08, p. 7-22, jan./abr. 2009.

NACARATO, Adair M. O grupo como espaço para aprendizagem docente e compartilhamento de práticas de ensino de Matemática. In: NACARATO, A. M. (org.). **Práticas docentes em Educação Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. Curitiba: Appris, 2013. v. 1.

NÓVOA, Antônio. **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

PASSOS, Carmen L. B. *et al.* Desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática: uma meta-análise dos estudos brasileiros. **Quadrante**, Lisboa, v. XV, n.1-2, p. 193-219, 2006.

PONTE, João P. Preparing teachers to meet the challenges of statistics education. In: BATANERO, Carmen; BURRILL, Gail; READING, Chris. (ed.). **Teaching statistics in school mathematics** - Challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE Study. New York, NY: Springer, 2011.

STEHLLING, Denise; CONTI, Keli C. (org.). **A arte da palavra**: resignificando o vivido. Belo Horizonte: FAE, UFMG, 2019.

REGRA DA FALSA POSIÇÃO

Adilson Pedro ROVERAN

EE - Elvira de Pardo Meo Muraro / Gepemai

aproveran@yahoo.it

Introdução

O assunto a ser abordado nestas linhas se refere a um conteúdo que consta em livros de aritmética tradicionais e que pode vir a ser interessante e curioso, se abordado de forma leve e não dogmática. Vamos ao assunto: regra da falsa posição.

Este método aritmético já era conhecido pelos antigos egípcios e chineses. No papiro de Ahmes (ou de Rhind)² há vários exemplos de equações resolvidas por este método. São equações do tipo $x + ax = b$, $x + ax + bx = c$, $x + ax + bx + cx = d$, e assim por diante, sendo que os valores de a , b , c , d etc. são conhecidos, e x é a incógnita (*aha*, segundo os egípcios). “O problema 24, por exemplo, pede o valor de *aha*, sabendo que *aha* mais um sétimo de *aha* resulta em 19” (BOYER, 1974, p. 11).

O método propriamente dito explora a resolução de uma equação de primeiro grau com uma incógnita, contendo diversas parcelas e, por meio de um “chute” bem dado, utiliza o princípio fundamental das proporções para encontrar a resposta correta.

Consta na página 152 do livro *Aritmética Progressiva*, de Antônio Trajano (1843-1921), 86.^a edição, de 1959, um tópico com seis exercícios, após a exposição sucinta da regra da falsa posição. Interessante o fato de ele usar a interpretação de textos, mesmo que alguns sejam um pouco destoantes da realidade. Fica o exercício mental sendo o foco do problema.

² Cf. Boyer (p. 9), Ahmes é o nome do escriba que, por volta de 1650 A.C, copiou esse papiro, que ficou conhecido como Papiro de Rhind, por ter sido comprado pelo antiquário escocês Henri Rhind em 1858.



Posto isso, procurei adaptar a linguagem do livro e apresentei aos meus alunos dos nonos anos do Ensino Fundamental um texto com exemplos e problemas. Foi acrescentado o famoso problema das abelhas de Bhaskara, citado na obra *O homem que calculava*, de Malba Tahan, por se enquadrar perfeitamente ao tipo de problema a ser resolvido pela regra e por ser uma forma de contextualização poética, como era costume na antiga Índia.

A atividade

EQUAÇÃO DO 1.º GRAU – REGRA DA FALSA POSIÇÃO

Dada a equação do 1.º grau:

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 55$$

Primeiro devemos igualar os denominadores, depois resolver a equação.

$$\frac{6x + 3x + 2x}{6} = 55$$

$$\frac{11x}{6} = 55$$

$$11x = 55 \cdot 6$$

$$11x = 330$$

$$x = \frac{330}{11}$$

$$x = 30$$

A regra da Falsa Posição consiste em atribuir um valor fictício para resolver a expressão numérica para esse valor e usar o Princípio Fundamental das Proporções (PFP) para calcular o valor correto. Vamos refazer os cálculos para a mesma equação, supondo que $x = 18$. Feito isto, deixe o resultado em aberto.

Note que escolhi um valor (18) que é divisível por 2 e por 3 para facilitar as contas.

$$18 + \frac{18}{2} + \frac{18}{3} = 18 + 9 + 6 = 33$$





Aplique, agora, o PFP para calcular o valor correto de x .

Se $18 \rightarrow 33$ e $x \rightarrow 55$, então

$$\frac{x}{55} = \frac{18}{33} \longrightarrow 33x = 18 \cdot 55 \longrightarrow x = \frac{18 \cdot 55}{33}$$

E, simplificando,

$$x = \frac{18 \cdot 5}{3} = \frac{90}{3} = 30$$

Resolva os problemas abaixo com a aplicação da regra da falsa posição.

Apresento, a seguir, dois problemas propostos:

O primeiro, na folha entregue aos estudantes, para ser resolvido em classe:

“A quinta parte de um enxame de abelhas pousou na flor de maracujá, a terça parte, num girassol, o triplo da diferença entre estes dois números voava em torno de uma rosa e uma abelha voa, sozinha, no ar, atraída pelo perfume de um jasmim. Dize-me, bela Lilaváti, qual é o número de abelhas”. (Adaptado do problema “das abelhas” de Bhaskara, em *O homem que calculava*, Malba Tahan (1983, p. 101)).

E o segundo problema, proposto na avaliação bimestral, com soluções de três estudantes diferentes. Como a prova foi aplicada a quatro turmas distintas, há coincidência entre os números em duas das soluções, e a outra é de outra turma: “Tupac Shakur Tidor Dirrépi perguntou a MC Lavospé quantas músicas ele já havia gravado. MC respondeu com um rap:

*Mano Tupac, vou contar para você e sua nação,
tantas músicas já fiz, cantei e dei sermão,
que, se a elas eu juntar com consideração,
a metade e mais um terço que ouviriam, meu irmão,
22 seriam ao todo, e eu contente, contentão,
compraria um carrão com todo esse dinheirão!
Quantas músicas MC Lavospé já gravou?”*



Figura 1: Resolução do segundo problema, apresentada pelo aluno A.

3- $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 22$
 $x = 6$
 $6 + \frac{6}{2} + \frac{6}{3} = 11$ ✓

Músculos	Total
12	22
12	11

Resposta: MC lançou 12 e ganhou 12 Licores. ✓

Fonte: Arquivo do autor.

Figura 2: Resolução do segundo problema, apresentada pelo aluno B.

3- $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 22$
 $x = 6$
 $6 + \frac{6}{2} + \frac{6}{3} = 11$ ✓

Músculos	Total
12	22
12	11

Resposta: MC lançou 12 e ganhou 12 Licores. ✓

Fonte: Arquivo do autor.

Após a correção da prova e discussão em plenário, a aceitação da técnica de resolução, por parte dos alunos, foi majoritariamente positiva, além da compreensão de que ela se aplica a situações específicas de equações do primeiro grau.

Referências

- BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.
- TAHAN, Malba. **O homem que calculava**. 34. ed. São Paulo: Record, 1983.
- TRAJANO, Antonio. **Aritmética Progressiva**. 86. ed. Rio de Janeiro: Paulo de Azevedo, 1959.

INTRODUÇÃO AO USO DO TRANSFERIDOR POR MEIO DA CONSTRUÇÃO DE AVIÕES DE PAPEL

Apolo Rubens de CAMARGO
Gepemai
apolo@chalababa.com.br

Introdução

A atividade aqui demonstrada se destina àqueles que utilizarão o transferidor pela primeira vez. As primeiras noções, quando concebidas no concreto, iniciam-se por meio da exploração e da manipulação de objetos. Assim, a intenção desta atividade foi tornar o primeiro contato agradável e facilitar a compreensão do procedimento utilizado na medição de ângulos, visto que, em geral, mesmo nas melhores classes, há um grupo que apresenta dificuldades para compreender assuntos relacionados à matemática e precisa de materiais didáticos, recursos e atenção especiais.

Descrição da atividade realizada

Primeiramente, foi mostrado (via *slide*) aos participantes um transferidor e foram explicadas a eles todas as partes que compõem o instrumento. Dentre essas partes, foram destacados o ponto de origem, os espaços regularmente delimitados que marcam os ângulos, as duas escalas circulares de medida (interna e externa), bem como os modelos diversos de transferidor que existem e suas aplicações, de acordo com a precisão das medidas obtidas em cada modelo.

Em seguida, os participantes exploraram os próprios transferidores, que foram solicitados previamente e trazidos por eles. Assim, cada um pôde reconhecer as partes que compunham seus instrumentos de medida.

Após a apresentação do transferidor, da explicação e da exemplificação de como utilizá-lo na medição de ângulos, os participantes foram orientados a construírem, em duplas, três modelos de aviões de papel. As dobraduras



necessárias para obter o avião foram explicadas passo a passo a todos e se diferenciavam apenas em relação ao último passo, relacionado ao ângulo do “bico”.

Para realizar esse último passo, os participantes precisaram recorrer ao transferidor para medir corretamente o ângulo exigido na construção de cada modelo. Para isso, foram disponibilizados três tipos de transferidor: o de acrílico, trazido por cada um dos participantes (tradicional); um aplicativo de transferidor no celular, o qual os participantes puderam baixar rapidamente no momento da atividade; e um transferidor projetado por meio do Datashow, que ficou à disposição para aqueles que quisessem utilizá-lo.

Durante o processo de construção dos modelos, alguns participantes precisaram ser atendidos individualmente e receber novamente as orientações de como utilizar o transferidor e medir os ângulos. Em alguns casos, as orientações foram repetidas pelos participantes que compunham a dupla, tornando o trabalho um instrumento de fortalecimento dos vínculos de amizade e de socialização do conhecimento.

Após a construção dos três modelos, eles foram testados e comparados, de acordo com a distância máxima atingida. Em seguida, foi aplicado um roteiro com perguntas, que está anexo a este texto. Na aula seguinte, foi explorado o livro didático e desenvolvida a seção de teoria e exercícios referentes ao uso do transferidor e à medição de ângulos. Os participantes trabalharam nessa última etapa individualmente, utilizando seus próprios transferidores para realizarem as medidas dos ângulos propostos pela atividade do livro.

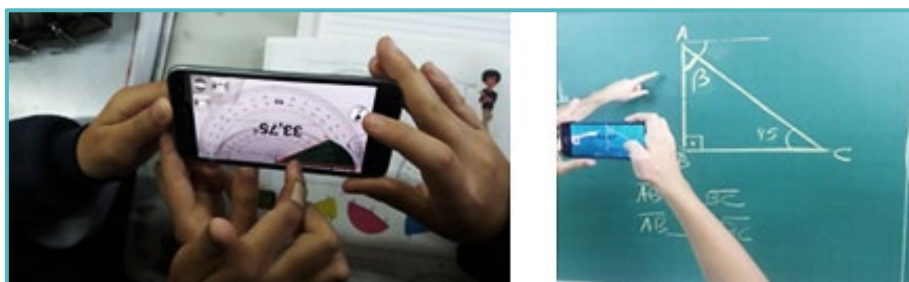
Figura 1: Transferidor de acrílico tradicional.



Fonte: Arquivo do professor.



Figura 2: Transferidor via aplicativo de celular.



Fonte: Arquivo do professor.

Figura 3: Transferidor projetado pelo Datashow.



Fonte: Arquivo do professor.

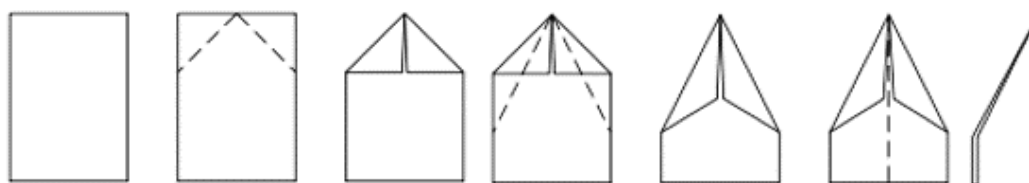
Com esses instrumentos, os alunos puderam desenvolver as propostas sugeridas:

Propostas de atividades

Ângulos e aviões de papel

Nesta atividade vamos estudar os ângulos e suas influências no voo de um avião feito em origami. Para isso, vamos construir três modelos. Utilizando três folhas de papel, faça as dobraduras comuns aos três modelos, de acordo com as instruções seguintes:

Figura 4: Etapas da construção do avião de papel.

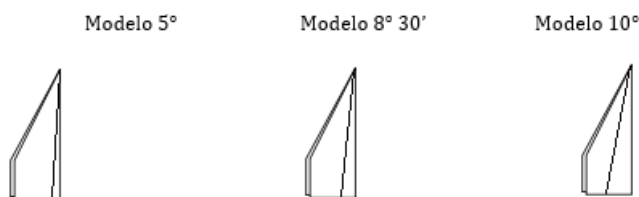


Fonte: Elaborado pelo professor.

Utilizando transferidor e régua, marque os ângulos nas folhas antes de dobrar.



Figura 5: Modelos de aviões.



Fonte: Elaborado pelo professor.

Após lançar algumas vezes cada um dos modelos, responda as questões:

1. Existe alguma relação entre o ângulo da dobradura e a asa? Explique.
2. Qual dos modelos voa mais? Justifique.
3. Um modelo com ângulo de 15° seria melhor que o modelo 10° ? Justifique.
4. De acordo com os lançamentos realizados, qual seria o melhor ângulo para a dobradura da asa? Podem-se considerar ângulos intermediários aos que foram testados.

Conclusão e resultados

Um aspecto importante a se ressaltar nessa atividade é que alguns participantes tiveram muita dificuldade inicial, ao utilizarem o transferidor de acrílico, e demonstraram maior facilidade para empregar o transferidor projetado. Talvez isso ocorra devido ao seu maior tamanho e à facilidade de visualização e manipulação do instrumento, quando apresentado em maior escala.

Entretanto, a atividade se mostrou muito atrativa e motivadora para os participantes. Por meio dela, foi possível utilizar o transferidor na construção de um objeto didático, que serviu, também, para diversão dos participantes. Ao saberem que os melhores aviões seriam premiados e que a fase de teste dos aviões consistiria em ir ao pátio e arremessá-los diversas vezes para compará-los, os participantes se empenharam ainda mais para realizar o melhor trabalho.

"STRANGER ALGEBRA":

Jogo para o Ensino de Cálculo Algébrico no 8.º Ano do Ensino Fundamental

Bruno Damien da Costa Paes JÜRGENSEN
FE/Unicamp
brunojurgensen@gmail.com

Introdução

Atuo como professor de matemática do Ensino Fundamental (séries finais) e do Ensino Médio desde que finalizei a graduação, em 2011. Durante todos os anos em que estive em sala de aula, também estive envolvido em atividades acadêmicas, cursando pós-graduação. Desse modo, em sete anos de carreira docente, cursei o mestrado em Educação e, atualmente, curso o doutorado na mesma área.

Enquanto aluno do Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), participei do programa de estágio docente (PED). Esse estágio foi realizado na disciplina “Avaliação”, sob responsabilidade da Prof.^a Dra. Miriam Cardoso Utsumi, no curso de Pedagogia.

Na ocasião, um dos trabalhos finais da disciplina, proposto pela docente, foi a elaboração e, se possível, a aplicação, de um jogo virtual para as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. Decidi, então, que, assim como os graduandos e graduandas, eu também criaria um jogo e aplicaria com os meus alunos do 8.º ano do Ensino Fundamental. A experiência se encaixou perfeitamente, também, com a proposta da Mostra de Ciências e Matemática da Unicamp, para a Semana Nacional de Ciência e Tecnologia de 2017.

Além de ser uma novidade para mim, pois nunca havia criado um jogo antes, optei por realizar a atividade também, pois, como assinala Moran (2004), o uso de tecnologias associadas ao ensino pode contribuir para a construção de um clima de confiança, apoio, autoconhecimento e melhora da autoestima dos estudantes, algo que é importante durante o aprendizado de matemática. Além



disso, as tecnologias “permitem realizar atividades de aprendizagem de formas diferentes às de antes” (p. 348).

Os jogos virtuais, nesse contexto, podem servir como fonte de motivação para a aprendizagem, além de divertirem enquanto ensinam, quando bem utilizados (FALKEMBACH, 2006).

Com isso em mente, o próximo passo nessa empreitada foi pensar, então, em algo que pudesse realmente ser motivador para os meus alunos. Eu estava abordando com as crianças, naquela época, o cálculo algébrico, algo que pode ser difícil para uma parte dos estudantes, por ser um conteúdo abstrato e, muitas vezes, sem aplicações aparentes e imediatas. Estava, portanto, diante da responsabilidade de projetar um bom jogo que, segundo Falkembach (2006, [s.p.]), deveria apresentar as seguintes características:

Ser atrativo, agradável e fácil de usar. O aluno deve conseguir, sem maiores dificuldades, entender o funcionamento do jogo, os comandos mais elementares e as opções de navegação, podendo orientar-se rapidamente. Todas as opções precisam levar para algum lugar.

Desse modo, e com as orientações da professora Miriam, foi criado um jogo de perguntas e respostas, utilizando a ferramenta Microsoft PowerPoint, em que cada questão apresentava cinco alternativas. Escolhida uma delas, o jogo prosseguia.

Colocar perguntas e alternativas em um *software* de computador não torna, por si só, a atividade atrativa. Afinal, estaríamos apenas trocando o papel pela ferramenta digital. Para que o jogo ficasse interessante, foi pensado um enredo, com telas que dessem reforços positivos para os alunos, caso acertassem as questões, ou que oferecessem a eles dicas relevantes, se escolhessem as respostas erradas. Era necessário que houvesse uma sensação de avanço, de prosseguimento em uma história; que houvesse imagens (estáticas ou em movimento) e, por fim que o visual fosse agradável.

Para atender a esses critérios, escolhi uma série de TV popular entre pessoas de várias faixas etárias: *Stranger Things*, da empresa de *streaming* Netflix.



A série atrai um grande público, pois mistura aventura, ficção científica e referências aos clássicos da cultura *pop* dos anos 1980.

Pensar em todos esses detalhes durante a concepção de um jogo é importante, pois:

Um jogo bem concebido e utilizado de forma adequada oferece muitas vantagens, entre elas: fixa os conteúdos, ou seja, facilita a aprendizagem; permite a tomada de decisões e avaliações; dá significado a conceitos de difícil compreensão; requer participação ativa; socializa e estimula o trabalho de equipe; motiva, desperta criatividade, o senso crítico, a participação, a competição sadia e o prazer de aprender (FALKEMBACH, 2006, [s.p.]).

Além disso, a participação foi encorajada também fora da sala de aula, pois disponibilizei para os alunos o *link* para *download* do jogo, caso quisessem revê-lo ou praticar o conteúdo.

Descrição da atividade realizada

Como mencionado na seção anterior, o jogo foi desenvolvido com a ferramenta Microsoft PowerPoint e abordava os conteúdos de cálculo algébrico para o 8.º ano do Ensino Fundamental. Você também pode acessá-lo por meio deste [link](#).

Tal jogo, de perguntas e respostas, foi aplicado com duas turmas, no laboratório de informática da escola. Os estudantes poderiam jogá-lo individualmente, se assim quisessem, mas foram encorajados a formar duplas ou trios.

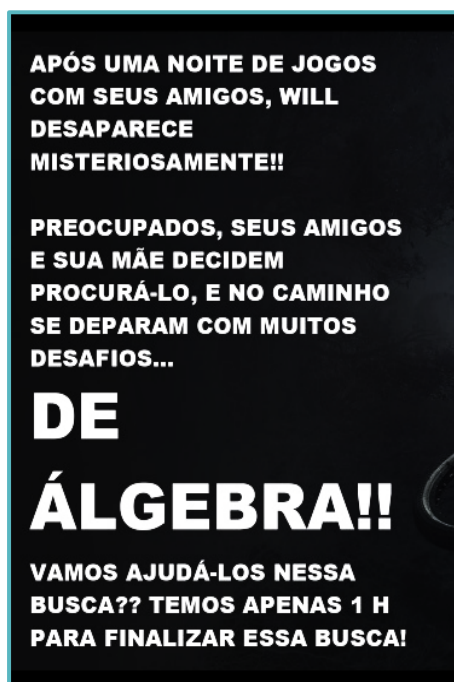
As questões foram extraídas de uma seção denominada "Super testes", do material apostilado (IMENES; LELLIS, [s.d.]) utilizado pelos alunos. Trata-se de uma seção, ao final de cada capítulo, que contém exercícios e problemas de múltipla escolha. Selecionei sete questões que tratavam especificamente de cálculo algébrico.

O enredo da atividade foi baseado na primeira temporada da série *Stranger Things*, por isso o jogo foi batizado de "[Stranger Algebra](#)". A seguir, são



apresentadas algumas imagens: a primeira, ilustrando a tela inicial; a imagem seguinte, com um resumo do enredo; e uma terceira, com um exemplo de questão a ser resolvida.

Figura 1: Apresentação do enredo.



Fonte: arquivo do autor.



Figura 2: tela inicial do jogo “Stranger Algebra”.

Fonte: Arquivo do autor.

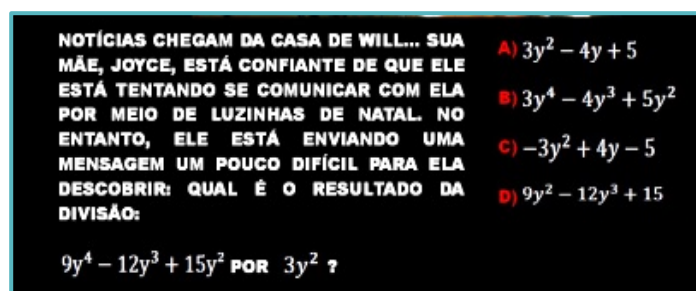


Figura 3: Exemplo de problema a ser resolvido.

Fonte: arquivo do autor.

A ideia de mudar de ambiente, sair da sala de aula, ir para o laboratório de informática e brincar, jogar um jogo, instantaneamente chamou a atenção dos alunos; ao verem que a atividade foi inspirada em uma série conhecida, isso animou-os mais ainda.

Foi possível observar que eles ficaram bastante envolvidos. Permite que consultassem o material que achassem necessário para responder às perguntas, como o caderno ou a apostila; solicitei apenas que mantivessem no caderno um registro organizado da atividade.



Essa estratégia rendeu resultados positivos, pois, com exceção de uma questão, em todas as outras as crianças se mostraram autônomas na busca pela solução. O trabalho em pequenos grupos também foi frutífero para a discussão entre os pares, que se ajudavam na busca da melhor solução.

Figura 4: Alunos trabalhando em grupos e registrando suas anotações no caderno.



Fonte: Arquivo do autor.

Essas observações condizem com outras experiências já registradas na literatura da área. Segundo Althaus, Dullius e Amado (2016), o jogo mostra-se como estratégia eficaz na captura da atenção dos alunos e auxilia na persistência durante a resolução de problemas, pois eles não desanimam ao errarem ou ao se depararem com uma situação difícil.

Em outro estudo, Scattone e Masini (2007, p. 249) constataam que os estudantes, por se sentirem desafiados, não desistem. Ademais, os alunos se sentem mais "à vontade para errar no computador, o que, de certa forma, desmistifica a correção, uma vez que esta pode vir acompanhada de sentimento de culpa, de frustração e de incompetência".



Compartilho das constatações desses autores e acrescento que o jogo auxiliou no aprendizado dos conteúdos matemáticos estudados, pois motivou os estudantes a buscarem as respostas. A autoestima e a autoconfiança foram beneficiadas, pois alguns estudantes que não estavam habituados a participar das aulas regulares jogaram novamente em casa e vieram tirar dúvidas comigo em aulas subsequentes.

Posso afirmar também que, apesar de sentir um pouco de dificuldade no começo da elaboração dessa atividade – afinal, foi a primeira que fiz um jogo nesse formato –, eu me senti motivado a explorá-la mais vezes, ao ver o entusiasmo dos meus alunos. A experiência foi enriquecida em 2018, pois pude apresentar a atividade durante a Mostra de Ciências e Matemática da Unicamp para a Semana Nacional de Ciência e Tecnologia e, também, trazer meus alunos para participarem das atividades desse evento. Eles mostraram entusiasmo, já que puderam ver outros trabalhos na área de matemática, o que contribuiu para uma visão mais otimista da disciplina. Os resultados foram recompensadores!

Referências

ALTHAUS, Neiva; DULLIUS, Maria Madalena; AMADO, Nelia Maria Pontes. Jogo computacional e resolução de problemas: três estudos de caso. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 1, p. 17-42, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/24405/pdf>. Acesso em: 25 jul. 2022.

FALKEMBACH, Gilse A. Morgental. O lúdico e os jogos educacionais. **CINTED - Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação** – UFRGS, 2006. Disponível em: http://penta3.ufrgs.br/midiasedu/modulo13/etapa1/leituras/arquivos/Leitura_1.pdf. Acesso em: 15 out. 2018.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática: 8.º ano**. São Paulo: Moderna, [s.d.].

MORAN, José Manuel. A contribuição das tecnologias para uma educação inovadora. **Contrapontos**, Itajaí, v. 4, n. 2, p. 347-356, maio/ago. 2004. Disponível em: <https://siaiap32.univali.br/seer/index.php/rc/article/view/785/642>. Acesso em: 15 out. 2018.

SCATTONE, Cristiane.; MASINI, Elcie. F. S. O software educativo no processo de ensino-aprendizagem: um estudo de opinião de uma quarta série do ensino fundamental. **Revista Psicopedagogia**, São Paulo, v. 24, n. 75, p. 240-250, 2007. Disponível em: http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862007000300004. Acesso em: 16 out. 2018.

DESCOBRINDO O CUBO

Cintia Marques Pinho **FORTE**
Prefeitura Municipal de Paulínia
cintia.forte@prof.paulinia.sp.gov.br

Introdução

O objetivo deste relato é demonstrar como, de maneira lúdica, através da construção de um brinquedo, ensinei alunos do 4.º ano do Ensino Fundamental I a identificar elementos que constituem um poliedro, pois um dos conteúdos a ser ensinado neste ano, em matemática, é identificar faces, arestas e vértices de sólidos geométricos.

Segundo os *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN):

O aluno deve ser incentivado, por exemplo, a fazer construções, modelos ou desenhos do espaço e descrevê-los. Um trabalho constante de observação e construção das formas é que levará o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre elas. Para tanto, diferentes atividades podem ser realizadas: compor e decompor figuras, perceber a simetria como característica de algumas figuras e não de outras, etc. Dessa exploração resultará o reconhecimento de figuras tridimensionais (como cubos, paralelepípedos, esferas, cilindros, cones, pirâmides, etc.) e bidimensionais (como quadrados, retângulos, círculos, triângulos, pentágonos, etc.) e a identificação de suas propriedades. (BRASIL, 1998, p. 82).

Descrição da atividade realizada

Em 2017 participei de uma oficina oferecida pelo Gepemai/Unicamp, cujo tema foi o Laboratório de Educação Matemática, e resolvi colocar em prática as ideias apresentadas pelo professor Sergio Lorenzato, que ministrou a oficina. Segundo Lorenzato (2006, p. 3), “ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento”. Através da construção de materiais manipulativos os alunos conseguem compreender melhor o abstrato.

Para aprender sobre um sólido geométrico, nada melhor que manipular de forma lúdica. Pensando assim, resolvi trabalhar com o cubo, que é um



poliedro de faces iguais, pois os alunos tinham que aprender sobre arestas, vértices e faces.

Partindo do conhecimento prévio dos alunos, numa conversa inicial sobre os sólidos geométricos, mostrei a eles um cubo infinito, que é um brinquedo de fácil manipulação e despertou sua curiosidade, pois nunca o tinham visto. Os alunos sugeriram que poderíamos fazer não só o cubo, mas outros sólidos geométricos, como cilindro, paralelepípedo ou triângulo, porém expliquei a eles que neste primeiro momento seria somente com o cubo que trabalharíamos.

Primeiramente entreguei para cada aluno uma folha com uma planificação do cubo. Eles observaram, mediram seus lados, observaram que todos tinham medidas iguais, decoraram, recortaram e, com cola e fita adesiva transparente, montaram o cubo. Nesse momento exploramos as características do cubo, mostrando a eles que os elementos de um poliedro que eles chamavam de pontinhos são os vértices, as linhas são as arestas e os lados são as faces de um cubo.

Para montar o cubo infinito, assistimos várias vezes, durante o processo de montagem, a um vídeo.

A sala foi dividida em quatro grupos com oito alunos cada. Para formar o cubo infinito são necessários oito cubos do mesmo tamanho, unindo-os em dois, depois em quatro e por último em oito, com fita adesiva transparente e em uma sequência correta.

A montagem do cubo parece ser bem simples, porém devem-se observar atentamente as faces que devem ser unidas, senão o cubo não se movimenta; e sempre reforçar com a fita transparente adesiva.

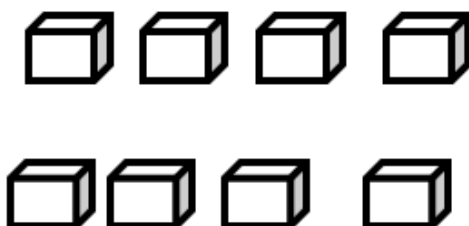
Segue o material necessário e o procedimento:

- ▶ oito planificações de cubo em papel sulfites A3 ou *color set*;
- ▶ cola;
- ▶ tesoura;
- ▶ fita transparente adesiva;
- ▶ mesa de apoio.



Este é o passo a passo da montagem dos cubos:

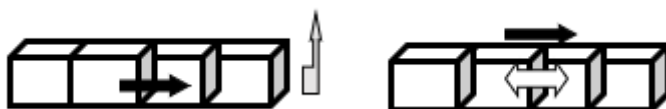
1. Montar os cubos.



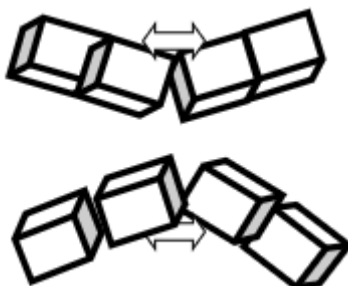
2. Unir os cubos de dois em dois e passar a fita transparente adesiva para prender. Reforçar do lado contrário.



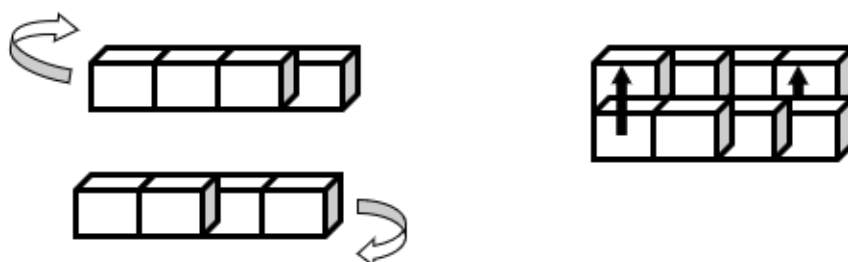
3. Pegar duas duplas de cubo e formar uma fileira de quatro cubos, girar 90 graus e prender o meio com fita transparente adesiva. Repetir com os outros cubos.



4. Colocar as duas fileiras de cubos de frente uma para outra, com a abertura para o lado de dentro.



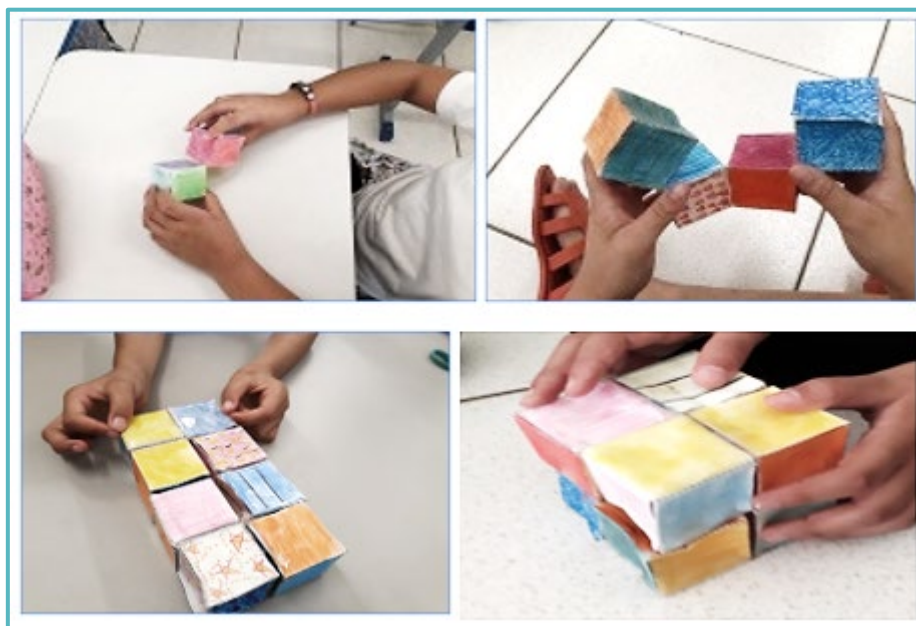
5. Girar as duas fileiras 90 graus para fora e unir as duas pontas com a fita transparente adesiva.





Por meio da construção do cubo infinito, os alunos observaram que um cubo é composto por 6 faces (lados) iguais, que são quadradas; 12 arestas (linhas); e 8 vértices (pontinhos). E também notaram que a partir de 8 cubos formamos um cubo infinito, que muda suas faces e se transforma em um paralelepípedo.

Figura 1: Cubos construídos pelos alunos.



Fonte: Arquivos da professora.

Por ser um grupo grande, muitos brincavam ou ficavam só olhando, sem participar da montagem. Várias vezes precisei parar e conversar com a turma a respeito da importância de todos participarem dela ativamente.

Fui a cada grupo auxiliá-los na montagem e ficava muito tempo com um grupo, enquanto os outros ficavam esperando, sem ter o que fazer. Tínhamos que descolar tudo, achar a ponta do durex que se perdeu, consertar um cubo que se desfez...

Os alunos comentaram o processo. Aqui transcrevo alguns:



“Muito difícil, eles desmanchavam e acabava dando mais trabalho.”

“Dá trabalho, porque quando cola e fica torto não dá certo. As partes têm que estar iguais.”

“Muito difícil, porque teve coisas que não colaboraram muito, como conversas e brincadeiras no grupo.”

“Aprendi mais fazendo o cubo, pois estava mexendo com o material.”

“Aprendi mais, porque é real.”

Porém, apesar de todo o trabalho que deu para todos, foi muito gratificante ver que os alunos se apropriaram facilmente dos elementos do cubo. Além de conseguirem montar o cubo infinito, tiveram a oportunidade não apenas de explicar para as pessoas – na mostra que aconteceu no dia 20 de abril no Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação - Imecc/Unicamp – como fizeram, mas também de mostrar, com muita propriedade, os elementos que compõem um cubo.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

COMO FAZER um cubo de papel infinito! **Destructor EFX**. Youtube.com Vídeo. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=vkhIiLYqsFo>. Acesso em: 30 nov. 2018.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender Matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. ISBN 85-7496-154-X.

QUAL É A FINALIDADE DOS DOIS ÚLTIMOS DÍGITOS DO CPF?

Conceição Aparecida Cruz LONGO
PPGE – Universidade Federal de São Carlos / Gepemai
cac.longo2@gmail.com

Introdução

A ideia desta atividade surgiu em 2015 durante um curso para formação de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na cidade de São Luís, no Maranhão. Eu era uma das formadoras e ministrava um módulo que discutia a presença da matemática em nosso cotidiano. Neste momento, a coordenadora do curso de formação pediu às professoras presentes que confirmassem os seus CPF em uma lista, e uma delas fez o seguinte questionamento: “Qual é a finalidade dos dois últimos dígitos do CPF?”.

Foi quando me lembrei de uma aula de que participei, cuja atividade consistia em calcular os dígitos verificadores de um CPF. A partir dessa lembrança, propus às professoras que, para o encontro do dia seguinte, pensassem sobre a seguinte questão: O que é um CPF e para que ele serve?

Descrição da atividade realizada

No dia seguinte, resumidamente concluímos que o CPF (Cadastro de Pessoa Física) é um documento emitido pela Receita Federal e serve para identificar os contribuintes. E que todos os CPF são formados de uma numeração com 11 dígitos.

E qual é a finalidade dos dois últimos dígitos do CPF?

Figura 1: Modelo de CPF.



Fonte: Cidade-Brasil. Disponível em: <https://www.cidade-brasil.com.br/cpf.html>.



Para exemplificar o processo, vamos gerar um CPF válido, calculando os dígitos verificadores de um número hipotético, **111.444.777-XX**.

Calculando o Primeiro Dígito Verificador

O primeiro dígito verificador do CPF é calculado, utilizando-se o seguinte algoritmo.

1) Distribua os 9 primeiros dígitos em um quadro, colocando os pesos **10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2** abaixo da esquerda para a direita, conforme representação seguinte:

1	1	1	4	4	4	7	7	7
10	9	8	7	6	5	4	3	2

2) Multiplique os valores de cada coluna:

1	1	1	4	4	4	7	7	7
10	9	8	7	6	5	4	3	2
10	9	8	28	24	20	26	21	14

3) Calcule o somatório dos resultados da multiplicação:

$$10 + 9 + 8 + 28 + 24 + 20 + 26 + 21 + 14 = \mathbf{162}$$

4) Agora, vamos dividir o resultado obtido (162) por 11. Considere como quociente apenas o valor inteiro, e o resto da divisão será responsável pelo cálculo do primeiro dígito verificador.

$$\begin{array}{r} 162 \quad | \quad 11 \\ 8 \quad 14 \end{array}$$

Subtraia o valor obtido de 11.

11 - 8 = 3 e, encontramos parte do CPF, confira: **111.444.777-3X**.

Importante: Caso o resto da divisão seja menor que 2, o nosso primeiro dígito verificador se torna 0 (zero).

Calculando o Segundo Dígito Verificador

1) Para o cálculo do segundo dígito será usado o primeiro dígito verificador já calculado. Montaremos uma tabela semelhante à anterior, só que desta vez



QUAL A FINALIDADE DOS DOIS ÚLTIMOS DÍGITOS DO CPF?

LONGO

usaremos na segunda linha os valores **11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 e 2**, já que estamos **incorporando mais um dígito** para esse cálculo. Veja:

1	1	1	4	4	4	7	7	7	3
11	10	9	8	7	6	5	4	3	2

2) Como na situação do cálculo do primeiro dígito verificador, multiplicaremos os valores de cada coluna e efetuaremos o somatório dos resultados obtidos.

1	1	1	4	4	4	7	7	7	3
11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
11	10	9	8	28	24	35	28	21	6

$$11 + 10 + 9 + 8 + 28 + 24 + 35 + 28 + 21 + 6 = 204$$

3) Da mesma maneira, dividimos o total do somatório por 11 e consideramos o resto da divisão.

$$\begin{array}{r} 204 \text{ } \underline{11} \\ 6 \text{ } 18 \end{array}$$

4) Lembre-se: se o valor do resto da divisão for menor que 2, esse valor passa automaticamente a ser zero; caso contrário (como no nosso exemplo), é necessário subtrair o valor obtido de 11 para se obter o dígito verificador. Logo, $11 - 6 = 5$, que é o nosso segundo dígito verificador.

Aqui, chegamos ao final dos cálculos e descobrimos que os dígitos verificadores do nosso CPF hipotético são os números **3 e 5**. Portanto, o CPF ficaria assim:

111.444.777-35

Podemos concluir que os dois últimos dígitos do CPF servem para **verificar** se os **nove dígitos** anteriores foram **escritos corretamente**. Por isso são chamados de **Dígitos de Verificação** (DV). Além disso, o dígito anterior aos dígitos de verificação representa a região fiscal à qual pertence o estado onde a pessoa realizou o seu cadastro pela primeira vez. Por exemplo, o registro de um



QUAL A FINALIDADE DOS DOIS ÚLTIMOS DÍGITOS DO CPF?

LONGO

CPF com o número XXX.XXX.XX7-XX, ou seja, com o antepenúltimo dígito igual a 7, ocorreu ou no Estado do Rio de Janeiro ou no Estado do Espírito Santo, conforme indica o Quadro 1.

Quadro 1: Códigos das regiões fiscais.

Códigos das regiões fiscais — CPF	
Região	Estados
1	Distrito Federal, Goiás, Mato Grosso, Mato Grosso do Sul e Tocantins
2	Acre, Amapá, Amazonas, Pará, Rondônia e Roraima
3	Ceará, Maranhão e Piauí
4	Alagoas, Paraíba, Pernambuco e Rio Grande do Norte
5	Bahia e Sergipe
6	Minas Gerais
7	Espírito Santo e Rio de Janeiro
8	São Paulo
9	Paraná e Santa Catarina
0	Rio Grande do Sul

Fonte: <http://hotsite.tvescola.org.br/matematica-em-toda-parte-2/fasciculos/cidade/>.

Será que o seu CPF obedece a essa regra? Vamos conferir?

USO DO MATERIAL MANIPULATIVO E DIGITAL COM AS FICHAS SOBREPOSTAS

Cristiane Mininel da SILVA
PPGPE – Universidade Federal de São Carlos / Gepemai
cris_mininel@hotmail.com

Introdução

O ensino e a aprendizagem dos números desafiam os professores e os alunos. Porém, trabalhar com o brincar contribui muito para lidar com esses desafios, pois o ato de brincar envolve tanto a presença do conhecimento científico quanto do conhecimento espontâneo, permite que o professor identifique as relações que a criança estabelece entre os dois tipos de conhecimento e possibilita verificar se esses conhecimentos estão alinhados. E, caso isso não ocorra, o professor poderá auxiliar o aluno na formação do conceito.

No ato de brincar, reiteramos, podemos encontrar a presença tanto do conhecimento científico quanto do conhecimento espontâneo. Observar e trabalhar com o brincar permite que o professor identifique as relações que a criança estabelece entre os dois tipos de conhecimento e possibilita verificar se esses conhecimentos estão alinhados. Caso isso não ocorra, será possível auxiliar o aluno na formação do conceito.

Observo que a mediação da aprendizagem pelo jogo é complexa e incerta, quando se busca garantir a assimilação de determinados procedimentos prescritos – principalmente porque a criança é capaz de dar respostas nem sempre esperadas e desejadas pelo professor. Isso ocorre, em especial, quando ela se vê em atividade lúdica, que é a garantia do rompimento com as amarras determinadas no contexto didático, voltado à imposição de determinadas formas de pensamento matemático.



Junto com o uso de jogos manipulativos, iniciei o de tecnologias, as quais têm funcionado como um fator importante na estruturação do pensamento simbólico da criança e, por ser uma via privilegiada de acesso ao imaginário infantil, importa muito serem conhecidas as condições de interação das crianças com mídias como a internet e os jogos digitais, pois implicam observar o desenvolvimento potencial da criança quando interage, real ou virtualmente, com os objetos ao seu redor. O uso da tecnologia tem tornado o ensino mais atrativo, pois estimula a curiosidade, motiva o estudo, possibilita o protagonismo do aluno e modifica o papel do professor, que vem atuando como mediador do processo de aprendizagem.

Hoje, professora de 2.º ano, com experiência nos três primeiros anos iniciais da educação básica, há oito anos em uma Rede Municipal de Ensino, apresento uma experiência com o uso, por alunos do 2.º ano, do material manipulativo e digital das fichas sobrepostas, tendo como objetivo principal trabalhar a relação entre a escrita de um número no sistema de numeração decimal e sua decomposição na ordem do sistema.

Descrição das atividades realizadas

Inicialmente apresentei o material para todos; logo, cada aluno recebeu um conjunto de fichas, que podia manusear livremente.

Mostrei, através de diferentes exemplos, como sobrepor as fichas para formação dos números desejados. Por exemplo, para representar o número 195, utilizaríamos as fichas:



Que deveriam ser sobrepostas para formar o número desejado:



Para representar o número 573, utilizaríamos as fichas:



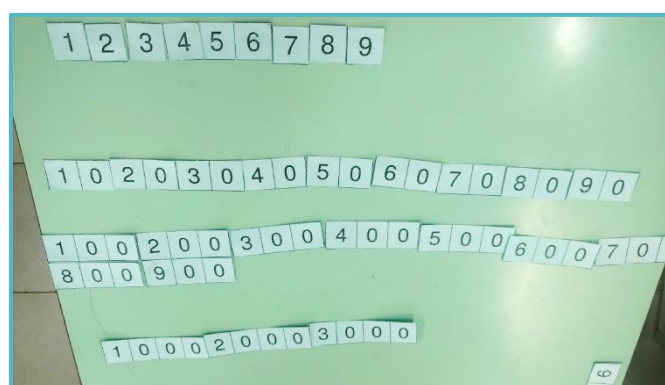
Depois de sobrepostas, formariam o número:



Após vários exemplos, os alunos foram separados em duplas. Normalmente, ao propor que trabalhem em grupos com autonomia, empenham-se e aprendem enquanto se divertem.

Inicialmente, pedi que organizassem as fichas em quatro grupos, estabelecendo relação entre unidades, dezena, centena e milhar. A Figura 1 exemplifica essa atividade:

Figura 1: Fichas organizadas em quatro grupos.



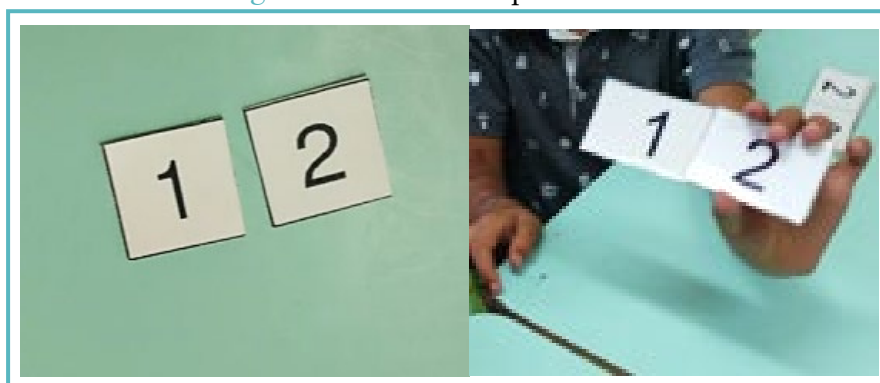
Fonte: arquivo da autora.

A seguir, orientei que representassem vários números com o material, como, por exemplo, o número de alunos aniversariantes na sala, o número de endereço da escola e outros que consideravam significativos. Exemplos:



Pedi que montassem o número que representasse a quantidade de meninas. Ao identificar que eram 12, a maioria das duplas pegou as fichas 10 e 2 e realizou a sobreposição, mas alguns pegaram o 1 e o 2 e colocaram uma ao lado da outra, conforme as imagens apresentadas na Figura 2.

Figura 2: Fichas sobrepostas 10 e 2.



Fonte: Arquivo da autora.

Nas soluções ali apresentadas diferentes estratégias foram utilizadas. Ao socializarem suas respostas e comentários sobre a regra do jogo, as duplas que haviam pegado o 1 e o 2 logo trocaram pelo 10, sobrepondo e formando o número desejado.

Circulei entre as carteiras, realizando intervenções, mostrando a importância da sobreposição, sempre preocupada com a base do Sistema de Numeração Decimal.

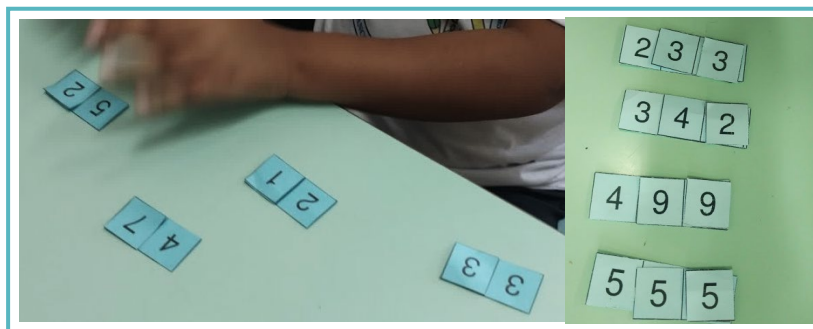
Fiz perguntas que levassem as crianças à resposta. Por exemplo, ao juntar as fichas, o aluno colocava a unidade 1 sobre a ficha número 2, assim formando apenas o número 1. *“É possível ver o valor da ficha que ficou embaixo? Como você deve fazer para que as todas as fichas fiquem visíveis e os valores delas também?”*

Ao visualizar, perguntava qual o número que eu poderia mudar para realizar a sobreposição com a unidade, e, assim, identificava a dezena como o número 10, formando o número 12.

Após realizarem a composição de diferentes números, socializaram cada um deles, respeitando o processo de raciocínio do aluno e o tipo de intervenção que precisaria ser feita para que ele avançasse em sua aprendizagem.



Figura 3: Aluno socializando sua atividade.



Fonte: Arquivo da autora.

Alguns autores e estudiosos afirmam que é através dos jogos que as crianças aprendem e se tornam livres para determinar suas próprias ações. E acrescentam que eles ainda estimulam a curiosidade e a autoconfiança, e proporcionam desenvolvimento da linguagem, da concentração, do pensamento e da atenção.

Após as aulas relatadas, os alunos foram à sala de informática, cujos computadores são equipados com jogos de aprendizagem e uma lousa digital.

Apresentei a eles, no site www.educacaodinamica.com.br, um jogo educativo, com fichas sobrepostas, com as quais iriam formar os números.

Organizados meninos *versus* meninas, deveriam formar números, arrastando as cartelas para o local indicado através de diferentes cores. Ao terminar, deveriam clicar no botão CONFERIR para ver se a resposta estava certa ou errada. A cada número formado, ganhavam um ponto, ficando “campeã” a equipe que ganhasse 5 pontos.

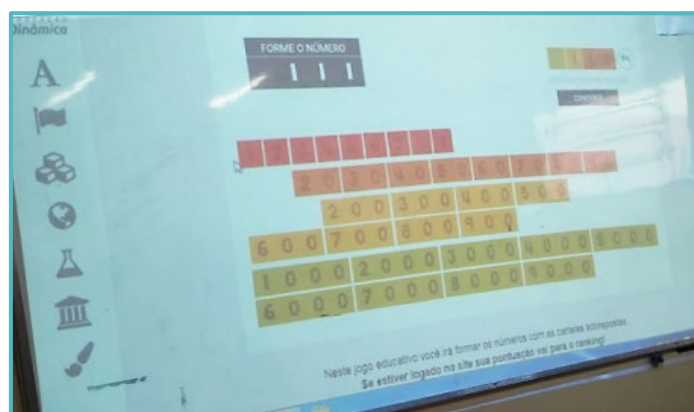


Figura 4: Contagem dos pontos.



Fonte: Arquivo da autora.

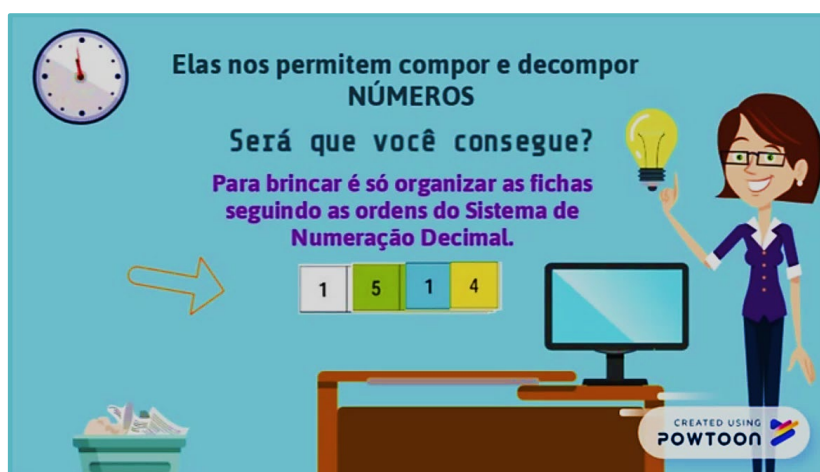
As equipes vibravam a cada ponto conquistado e esperavam ansiosamente sua vez, em uma participação ativa, despertando o prazer de aprender.

Dentre os diversos objetos de aprendizagem disponíveis, os jogos digitais de aprendizagem são “simulações que levam os aprendizes a praticarem tarefas de alta interatividade, possibilitando-lhes o desenvolvimento de habilidades sem risco e sem custo, através do uso do computador” (HORTON, 2000 *apud* TEIXEIRA; SÁ; FERNANDES, 2007, p. 348).

Nessa perspectiva, os jogos de aprendizagem se transformam em ferramentas de grande potencial para nos auxiliarem. No que se refere ao ensino de matemática, os jogos forjam um ambiente natural, no qual as atividades – sejam elas de exercício ou resolução de problemas – são desenvolvidas de forma lúdica e interativa, ou seja, provocam nos alunos o sentido de autonomia nos trabalhos, através da capacidade de desenvolver boa parte das atividades sozinhos, de acordo com suas características pessoais, atendendo de forma mais nítida ao aprendizado individualizado (TAJRA, 2001).

Na continuidade, apresentei uma animação de autoria própria, onde explicava de forma simples e divertida o uso das fichas para realizar a composição e a decomposição dos números.

Figura 5: vídeo animado das fichas sobrepostas.





Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=Kp4KSst75UQ>.

Ao assistirem, realizaram atividades com os materiais manipulativos e exploraram a composição e a decomposição dos números da seguinte forma:

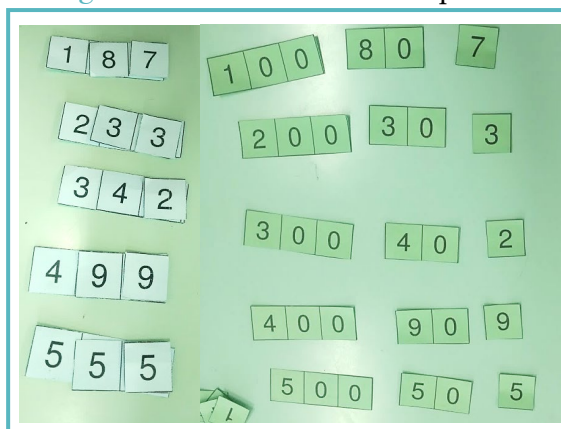
Fiz vários questionamentos sobre a leitura e a escrita de diferentes números, por exemplo: “Que número vocês conseguem formar com as fichas 100, 40 e 5? E com 200, 20 e 2?” Dei um tempo para que formassem o número e continuei: “Vocês sabem como lemos este número?”. Após mostrarem suas fichas, registrava na lousa.

Realizei vários exemplos, sempre retomando as explicações da animação apresentada.

Organizados em duplas, um deveria dizer as fichas que seriam utilizadas, e o outro formava o número, observando a composição e a decomposição dos números.

Quando terminaram, conversamos sobre os números formados, suas dificuldades e dúvidas, pois interpretar escritas numéricas é sempre um grande desafio: é preciso garantir que ocorram análise, interpretação e troca de ideias entre os discentes, para que, em conjunto, possam expor e investigar hipóteses para ampliar e reforçar compreensões, procedimentos e linguagem.

Figura 6: uso das fichas sobrepostas.



Fonte: Arquivo da autora.



Assim, várias atividades bem planejadas, diferentes estratégias e uso de jogos manipulativos e digitais fizeram com que os alunos avançassem na compreensão da formação dos números naturais.

Para concluir

Verifico que ensinar através dos jogos é um excelente começo, não só para aulas descontraídas e dinâmicas, mas também para uma aproximação entre discentes e docente, despertando a vontade de frequentar o ambiente escolar, já que se aprende e se diverte ao mesmo tempo. É através dos jogos que as crianças aprendem e se tornam livres para determinar suas próprias ações. Ademais, eles ainda estimulam a curiosidade e a autoconfiança, desenvolvem a linguagem, a concentração, o pensamento e a atenção.

Observo, assim, a importância que os jogos matemáticos têm nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois permitem que as crianças aprendam brincando, superem as dificuldades e obtenham resultados e aprendizagens significativas.

Referências

TAJRA, Sanmya Feitosa. **Informática na educação: novas ferramentas pedagógicas para o professor da atualidade**. 3. ed. rev. atual. e ampl. São Paulo: Érica, 2001.

TEIXEIRA, Jeane Silva F; SÁ, Eveline de Jesus V; FERNANDES, Clovis Torres. **Representação de Jogos Educacionais a partir do Modelo de Objetos de Aprendizagem**. Anais do XXVII Congresso da SBC. SBC 2007. XIII Workshop sobre Informática na Escola. Rio de Janeiro, RJ. 30/06/2007.

TANGRAM:

Uma Possibilidade para o Ensino e a Aprendizagem de Matemática

André Luis NOVAES

Prefeitura Municipal de Campinas

andrelnovaes@yahoo.com.br

Domenico GALLICCHIO Neto

Prefeitura Municipal de Campinas

domenicog@uol.com.br

O projeto abordado neste artigo iniciou-se a partir de uma proposta recebida pelo Grupo de Estudos do Componente Curricular de Matemática (Gemat), do qual um dos autores deste artigo faz parte. Oferecido pela Secretaria Municipal de Educação de Campinas, reúne-se semanalmente no Centro de Formação, Tecnologia e Pesquisa Educacional “Prof. Milton de Almeida Santos” (Cefortepe).

Foi solicitada aos professores do Grupo a sua participação na Mostra de Ciências e Matemática, que ocorreu em 20 de abril de 2018 no Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (Imecc), com o intuito de apresentar os trabalhos desenvolvidos em sala de aula. Esse evento, promovido pelo Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais (Gepemai), fez parte da Semana Nacional de Ciência e Tecnologia (SNC&T).

Somos professores da Rede Municipal de Ensino de Campinas e atuamos nos anos finais do Ensino Fundamental em uma escola de educação integral. Em alguns momentos de nossa jornada de trabalho, realizamos dupla docência e desenvolvemos projetos compartilhados.

Acreditamos que “ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento” (LORENZATO, 2006, p. 3). O professor de matemática, ao desenvolver atividades significativas com os seus alunos, utilizando materiais



manipulativos, pode fornecer subsídios importantes para uma aprendizagem significativa dos diversos conteúdos matemáticos.

Assim, nossa proposta foi a elaboração de um projeto com o tema *“TANGRAM: uma possibilidade para o ensino e a aprendizagem de matemática”*, que buscou inserir os conceitos matemáticos e geométricos por meio desse material no cotidiano escolar durante as aulas de matemática. O projeto foi desenvolvido com os alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental da Escola Integral Raul Pila, localizada no Jardim Flamboyant, Campinas, Estado de São Paulo.

Souza *et al.* (2008, p. 3) assim opinam a respeito do Tangram:

O Tangram está cada vez mais presente nas aulas de matemática. Sem dúvida, as formas geométricas que o compõem permitem que os professores vejam neste material a possibilidade de inúmeras explorações, quer seja como apoio ao trabalho de alguns conteúdos específicos do currículo de matemática, ou como forma de propiciar o desenvolvimento de habilidades de pensamento.

O Tangram é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar. Há uma lenda sobre ele, que afirma que um jovem chinês, ao despedir-se de seu mestre para uma longa viagem pelo mundo, recebeu uma tábua quadrada formada por sete peças (cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo), e assim poderia registrar tudo o que ele visse de belezas do mundo.

Lendas e histórias como essa sempre cercam a origem de objetos ou fatos, a respeito da qual temos pouco ou nenhum conhecimento, como é o caso do Tangram. Se é ou não uma história verdadeira, pouco importa: o que vale é a magia, própria dos mitos e lendas. (CENTRO PAULA SOUZA, 2017, p. 16).

Com as peças desse jogo podemos formar figuras diversas, tais como: animais, objetos, pessoas, letras, números, figuras geométricas, entre outras. Sua regra consiste em usar as sete peças para a montagem de qualquer figura, desde que não haja sobreposição. O jogo não exige grandes habilidades dos jogadores, mas sim criatividade e paciência.



Vários autores indicam que as atividades lúdicas nas aulas de matemática constituem um recurso de grande potencial para o ensino e a aprendizagem dos conteúdos selecionados para desenvolver o componente curricular de matemática. Entre eles, Grandó (2004) afirma que, desde os primeiros anos de suas vidas, as crianças passam boa parte de seu tempo brincando, jogando e desempenhando atividades lúdicas. Quando observado o comportamento delas em situações de brincadeiras e/ou jogos, é possível perceber o quanto elas desenvolvem sua capacidade de fazer perguntas, buscar diferentes soluções, repensar situações, avaliar suas atitudes, encontrar e reestruturar novas relações, ou seja, resolver problemas, produzindo assim uma aprendizagem significativa.

O Tangram é um exemplo de material didático que pode propiciar o raciocínio geométrico e ao mesmo tempo é interessante, uma vez que estimula os alunos a desenvolverem a criatividade e o raciocínio lógico, essenciais no estudo desta disciplina. Dessa forma optamos pelo seu uso neste projeto, cujas ideias inicialmente foram elaboradas pelos professores, alunos e alunas do 6.º ano. A partir das ideias organizadas, voltamo-nos para a execução do trabalho.

Primeiramente, realizamos pesquisas, na sala de informática da escola, sobre o Tangram e a sua história, bem como sobre o uso de jogos disponíveis em *sites* específicos. Dentre eles, acessamos o “Rachacuca”, para que os alunos pudessem desenvolver as atividades, encaixar e montar o desenho pedido, conforme a sua intuição e/ou raciocínio, de tal forma que fossem usadas todas as peças do Tangram, sem sobrepô-las. Essa metodologia foi um grande fator de motivação para os alunos e propiciou de maneira significativa o ensino e a aprendizagem dos conceitos geométricos.

Em sala de aula, optamos pelas aulas expositivas e dialogadas. Para a confecção do Tangram, utilizamos vários materiais: folha de papel sulfite, lápis de cor, EVA, tesouras, régua e materiais recicláveis.

Foram construídas as peças do Tangram fazendo dobraduras com papel sulfite tamanho A4. Nesse momento do trabalho, tivemos a oportunidade de



desenvolver vários conceitos sobre geometria plana, tais como ponto, reta, plano, ponto médio, segmentos de reta, simetria, retas paralelas e perpendiculares e classificação de polígonos que compõem o Tangram.

Em seguida, os alunos, cada qual com seu Tangram, realizaram montagens de figuras que poderiam ser de animais, pessoas, objetos, símbolos e figuras geométricas, como quadrados, retângulos, entre outros, utilizando um determinado número de peças.

Os alunos desenvolveram oficinas para os alunos dos anos iniciais e finais e, finalmente, realizaram as apresentações e as oficinas na SNC&T, na Unicamp, como descrito anteriormente.

Apresentamos o cronograma estabelecido para o projeto no Quadro 1 a seguir:

Quadro 1: Cronograma das Atividades Programadas.

AULA	DATA	ATIVIDADE A SER REALIZADA
1. ^a	12/03/2018	Apresentação do projeto aos alunos.
2. ^a	19/03/2018	Pesquisa sobre o Tangram – sala de informática.
3. ^a	26/03/2018	Construção do Tangram utilizando dobraduras.
4. ^a	02/04/2018	Montagens de figuras que podem ser pessoas, animais, objetos e outros símbolos, utilizando as sete peças do Tangram.
5. ^a	09/04/2018	Atividades com montagens de vários polígonos.
6. ^a	16/04/2018	Apresentação dos trabalhos para alunos dos Ciclos I, II, III e IV.
7. ^a	20/04/2018	Mostra de Ciências e Matemática.

Completadas as etapas desse cronograma, solicitamos que os alunos contassem suas experiências em sala de aula, através de três itens que foram relatados individualmente. Eis o que lhes foi solicitado:

1. Comente sobre o que você aprendeu com o projeto “Tangram e a Matemática”.
2. Relate as apresentações realizadas aqui na escola com os alunos dos Anos Iniciais (1.º ao 5.º ano).
3. Conte com detalhes a apresentação do projeto na Unicamp.



De acordo com os relatos feitos pelos alunos, concluímos que, no início do projeto, eles não estavam inteiramente motivados, pois desconheciam o assunto e o que esse material poderia representar no ensino da matemática. Achavam que seria uma “coisa chata” e “sem sentido”. Porém, no decorrer do processo, começaram a demonstrar um maior interesse pelo assunto e relacioná-lo à matemática.

A seguir, selecionamos relatos de alguns alunos, referentes ao item 1. Aqui optamos por colocar somente as iniciais dos seus nomes para manter sua privacidade.

Eu nem sabia o que era isso, fiquei pensando um monte de coisa, depois que o professor mostrou para a classe o que era o tangram eu aprendi o que era e confesso que no começo tive bastante dificuldade [...]. Gostei de aprender a fazer, foi legal trabalhar com isso [...]. (JCB).

No trabalho do tangram foi muito bom porque quando estava fazendo parecia que ia ser chato, mas na hora que eu vi a matemática formada no tangram fiquei curioso [...], eu aprendi que a matemática não é só número e forma e o modo que você aprende é muito bom. (ESC).

Eu aprendi que com as peças do tangram pode se fazer várias coisas, sem dizer que é muito divertido. (JCB).

Eu aprendi que o tangram é uma atividade que qualquer um pode fazer, é muito rápido e fácil, só tem que usar a imaginação. (TGO).

Vamos dizer que foi uma dinâmica muito legal que totalmente nos ajuda mais na matemática. (M).

Eu aprendi trabalhar em grupo [...] e que também com o triângulo pode-se fazer um quadrado grande ou pequeno [...] vi os esforços das pessoas querendo aprender. (MOA).

Eu aprendi que matemática não é só matemática, mas sim formas geométricas que formam outras formas [...]. (OG).

Essa experiência foi muito boa, porque é tipo uma brincadeira que dá para fazer várias formas geométricas, trabalho em grupo [...]. (GG).

Eu aprendi a pensar mais e a melhorar minha capacidade de pensamento [...]. (ARS).

Eu aprendi não só matemática, mas também aprendi um pouco sobre arte [...]. (LLA).



Depois de desenvolvidas todas as atividades em sala de aula, estávamos prontos para a próxima etapa do trabalho: realizar as oficinas com outros alunos da própria escola. Nesse momento, percebemos que nossos alunos se apoderaram do trabalho e se sentiram importantes, ao dividir o que aprenderam sobre o assunto com seus colegas da escola. A felicidade em compartilhar seus conhecimentos estava estampada nitidamente nos seus gestos. Em particular, destacamos uma situação interessante – a dedicação de todos os alunos do grupo a um aluno específico da educação especial, que pareceu estar integrado nas atividades e na socialização com todos envolvidos.

Estes relatos de alguns alunos, referentes ao item 2 das apresentações, revelam esse envolvimento.

Foi legal ensinar as criancinhas a montar o tangram, umas pessoas aprendem rápido e outras demoram um pouquinho, a gente também ensinou para os 7.º, 8.º e 9.º anos, a gente deixava eles escolherem o desenho e deixava eles tentarem e se não conseguisse dávamos dicas para eles [...]. (LLA).

Em um dia o professor falou que estávamos prontos para ensinar às outras pessoas e então fomos para o saguão e lá o professor preparou tudo para a gente ensinar [...]. (KCS).

Eu gostei muito, os alunos aqui da escola ficaram confusos com os desafios, achavam quase impossível, achavam que tinham que ter um dom, expliquei que era só prestar atenção e forçar a mente porque o Tangram não era um bicho de sete cabeças. (ARS).

Nós apresentamos nosso trabalho para 1.º, 2.º, 3.º, 7.º, 8.º e 9.º anos, os 1.º, 2.º, 3.º foi o mais legal, eles ficaram muito confusos pedindo ajudas por não conseguirem montar e eu fiquei rindo deles [...]. (TGO).

No começo eu fiquei nervoso, mas depois criei coragem e fui e eles fizeram várias perguntas [...]. (GGD).

Foi interessante ensinar o que eu aprendi, eu fiquei feliz de fazer com as crianças, foi muito dinâmico e muito legal ensinar [...]. (GBG).

[...] A parte que eu mais gostei foi ajudar as crianças com deficiência e pelo esforço delas. Gostei dos detalhes deles quando pintavam. (MOA).



Também no dia da apresentação na Unicamp, os alunos estavam ansiosos para chegarem ao local. Saímos da escola, entramos no ônibus, cantamos e colocamos músicas, foi uma bagunça, mas foi bem legal. Enquanto o ônibus percorria o *campus*, percebemos o encantamento dos alunos com o seu tamanho, que muitos ainda desconheciam.

Chegamos.

Ao adentrar no Imecc sua surpresa foi ainda maior, pois não imaginavam o tamanho e a beleza do Instituto. O local estava cheio de pessoas, aí começamos a arrumar nosso espaço de Tangram. O *stand* de trabalho foi montado, e os alunos se organizaram para as apresentações da maneira como havíamos combinado na escola. Acreditamos que este foi o ápice do trabalho, dadas a autonomia do trabalho coletivo, a interação, a participação e a observação das apresentações de outras escolas que participaram deste evento.

Sobre essa interação eu ouvi os seguintes depoimentos:

[...] eu e minhas colegas de classe apresentamos os trabalhos para os alunos de outras escolas e propomos um desafio a eles e depois disso começamos a andar [...] fomos à biblioteca e era bem grande com várias estantes cheias de livros de vários autores e gêneros diferentes [...] gostei bastante de tudo. (JGM).

A gente entrou no ônibus e fomos para a Unicamp, chegando lá estava cheio de gente, tiramos fotos, olhamos os projetos de outras escolas e ensinamos eles o que era Tangram [...] foi bem legal, gostei bastante. (JCB).

Quando nós chegamos lá, nós vimos várias pessoas indo apresentar trabalhos diferentes do nosso. Montamos as mesas, colocamos os materiais, fizemos o combinado de um grupo apresentar enquanto o outro grupo observava os outros trabalhos. Fui na biblioteca e tinha alguns livros gigantes [...]. (MOA).

Foi muito legal ver a grande Unicamp de perto, quando chegamos montamos a mesa e começamos a pegar os materiais, régua, tesoura etc. As pessoas estavam realmente interessadas, quando aprenderam e curiosas como fazer, depois voltamos, foi muito novo para a gente. (GBG).

Em um dia nós fomos para a Unicamp. Lá foi muito legal, várias pessoas queriam aprender sobre o Tangram, ensinamos pessoas de várias idades, crianças faziam todo o tipo de pergunta e achavam muito legal [...] amei muito e sempre vou guardar isso em minha memória[...]. (KCS).



Este trabalho desenvolvido com nossos alunos nos proporcionou uma experiência positiva com relação ao processo de ensino e aprendizagem. Alunos e professores foram parte ativa neste processo.

Através da observação, da condução e da avaliação da aprendizagem dos alunos, notamos que eles se tornaram protagonistas de seus próprios conhecimentos e tiveram oportunidade de desenvolver suas habilidades e sua criatividade e adquirir conceitos geométricos pertinentes ao componente curricular de matemática.

Constatamos também que, quando buscamos outras maneiras de ensinar, por meio de materiais didáticos diversos e lúdicos, temos grandes possibilidades de valorizar a participação dos alunos e sua maior integração no cotidiano escolar e social.

Referências

CENTRO PAULA SOUZA. Fundação FAT. **Vestibulinho ETEC**, 2.º sem. 2017. Exame: 11 jun. 2017. Disponível em:

http://fatweb.s3.amazonaws.com/vestibulinhoetec/gabarito/201727490/Prova_1modulo.pdf.

Acesso em: 05 dez. 2018.

GRANDO, Regina Celia. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. 2. ed., São Paulo: Paulus, 2008.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

RACHA CUCA. Disponível em: <https://rachacuca.com.br/raciocinio/tangram/2/>. Acesso em: 05 dez. 2018.

SOUZA, Eliane Reame de; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; PAULO, Rosa Monteiro; OCHI, Fusako Hori. **A Matemática das sete peças do Tangram**. São Paulo: CAEM/IME-USP, 2008.

BRINCANDO COM A MATEMÁTICA

Eliane LEPESTEUR

Prefeitura Municipal de Campinas / SME-Gemat

elianelepesteur@gmail.com

Tornar a matemática divertida é quase uma condição para que seja possível ensiná-la atualmente. Os alunos de hoje nasceram em um mundo digital, e isso exige do educador se adequar às novas necessidades, caso queira ser bem-sucedido em sua nobre tarefa de ensinar.

Com esse objetivo, foi criado o projeto Brincando com a Matemática, que consiste em utilizar recursos diferenciados para o ensino da matemática, de forma lúdica, com ênfase no raciocínio lógico.

A ideia do projeto

A ideia de criar o projeto Brincando com a Matemática surgiu depois de vários encontros com os professores participantes do Grupo de Estudo de Matemática (Gemat), oferecido pela Prefeitura Municipal de Campinas para os professores da rede municipal de ensino, do qual faço parte há alguns anos. Nesses encontros que ocorrem semanalmente, os professores se reúnem para trocar experiências, discutir problemas e buscar soluções, planejar e avaliar situações didáticas, bem como estudar diferentes formas de desenvolvimento de aulas e projetos, sempre buscando o ensino de forma divertida e criativa. É um espaço rico em discussões, com muita ludicidade.

Fez parte das atividades relacionadas à *Semana Nacional de Ciência e Tecnologia, a Mostra de Ciências e Matemática - IV Malbatemática*, organizada pelo **Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais** (Gepemai), realizada em 20 de abril de 2018, na Unicamp. Nosso grupo (Gemat) foi convidado pelo Prof. Dr. Sérgio Lorenzato a participar desse evento



apresentando os trabalhos realizados com os alunos. Assim, cada professor convidado teve a oportunidade de apresentar seu projeto e, ainda, de levar seus alunos para participarem desse importante evento.

O desenvolvimento das atividades do projeto

Em um primeiro momento, são realizadas oficinas para a elaboração de jogos, de acordo com os conteúdos trabalhados em sala de aula, que variam conforme os anos de estudo. Esse processo tem, como objetivo inicial, a fuga da aula convencional, pois os alunos são estimulados a criar as atividades que irão realizar, o que gera um movimento natural de aceitação, até pelos mais tímidos. Os jogos são apresentados aos alunos e eles têm liberdade para escolha dos materiais, das cores e formas que irão trabalhar.

Geralmente juntam-se em grupos, fazem muita algazarra, mas também produzem muito, e o melhor é que se interessam em testar o jogo, assim que acabam de confeccioná-lo. O processo de elaboração cria uma ansiedade que faz com que o interesse em aprender a jogar se torne um objetivo imediato. As regras são explicadas e compreendidas rapidamente, e eles começam a jogar. Nesse momento, pode-se perceber o entendimento do jogo quando, depois de algumas partidas, os alunos descobrem estratégias para uma melhor jogada, utilizam-se naturalmente do conteúdo trabalhado em aula, demonstrando que o objetivo do educador foi alcançado, ou seja, o conteúdo foi assimilado.

Além dos jogos matemáticos, outros recursos muito utilizados nesse projeto são os quebra-cabeças, pois geram um interesse muito grande por parte dos alunos. E, quanto mais complicado, mais é interessante. São utilizados Pentaminós, Tangran, Torre de Hanói, 4T, Cubo de 7 peças e o famoso Cubo Mágico, conforme podemos ver na Figura 1.

**Figura 1:** Quebra-cabeças.

Fonte: Arquivo da autora.

Os quebra-cabeças são apresentados em oficinas, previamente definidas no planejamento, ou mesmo no final de algumas aulas, apenas para descontrair, como se fossem brincadeiras. Os alunos se aproximam rapidamente, para ver, tocar e tentar solucionar. Muitos demonstram interesse imediato e, nesse momento, é possível identificar os que têm mais determinação e só param de tentar quando conseguem, e aqueles que desanimam mais rápido e precisam ser estimulados.

Os alunos especiais também se interessam muito em manusear esses quebra-cabeças, talvez as cores ou as formas os estimulem. Mas o campeão em interesse, para a maioria dos alunos, é o cubo mágico, um quebra-cabeça da década de 80, que tem feito muito sucesso atualmente. Ele diverte enquanto estimula as habilidades mentais, melhorando a concentração, a determinação, a visão espacial, o foco, o raciocínio lógico, a memória, o desempenho escolar e até mesmo a autoestima.

Ocorreram várias situações em que percebi, nitidamente, a mudança de comportamento de alguns alunos que se dedicaram a aprender a montar o cubo mágico, porém duas chamaram a atenção de forma especial. A primeira foi um aluno portador de transtorno do espectro autista, que sentia um enorme prazer em pegar cubos literalmente desmontados (com as peças soltas) e montá-los, criteriosamente, com muito cuidado. Ele passou a se comunicar mais e interagir melhor com os colegas. A segunda situação foi um aluno, extremamente tímido, cuja voz, baixa, só se ouvia na hora de responder a chamada. Ele me via



ensinando os colegas e só observava, até que um dia apareceu com um cubo na mão e me mostrou, sem falar nada. Eu perguntei se gostaria de aprender e ele respondeu, afirmativamente, apenas com a cabeça. A partir de então, se aproximou mais de mim, começou a falar e se dedicou muito a aprender. E, no seu tempo, conseguiu, o que o deixou muito feliz e confiante. Mas a surpresa maior foi, um tempo depois, vê-lo interagindo, conversando e ensinando a outros colegas como montar o cubo.

São fatos como esses que marcam muito a trajetória de um educador e dão sentido ao papel de ensinar.

Descrição de alguns jogos utilizados nas oficinas

Para elaborar os jogos, utilizei, como fonte de consulta, as sugestões contidas no livro *Cadernos do Mathema - Jogos de matemática de 6.º a 9.º ano*, as quais indicam, detalhadamente, como o jogo deve ser confeccionado, os conteúdos que serão trabalhados e o ano ao qual a atividade pode ser aplicada, facilitando o planejamento das atividades, de acordo com o conteúdo em estudo.

Com os alunos do 7.º ano da Escola Municipal de Ensino Fundamental Maria Pavanatti Fávaro, foram elaborados os jogos: **MATIX**, **EU SEI** e **PESCARIA DE POTÊNCIAS**.

- I. O **MATIX** trabalha o cálculo com números inteiros. É um jogo de fácil elaboração e utilizamos, para confeccioná-lo, alguns materiais recicláveis, como tampinhas de garrafa, conforme podemos ver na Figura 2.

Figura 2: Jogo Matix.



Fonte: Arquivo da autora.



TAMPINHAS NUMERADAS	
NÚMERO	QUANTIDADE
coringa	1
-10	2
-5	2
-4	2
-3	2
-2	2
-1	2
0	3
+1	2
+2	2
+3	2
+4	2
+5	4
+6	1
+7	2
+8	2
+10	2
+15	1

Composição do jogo: um tabuleiro com o formato quadrado, dividido em 36 casas (6x6), que pode ser feito com papel cartão, EVA, ou outro material e 36 tampinhas de garrafa, numeradas, como aparecem na foto, com os números inteiros descritos abaixo e nas quantidades a seguir (quadro 1).

Quadro 1: guia para numerar as tampinhas.

Fonte: da autora.

Como jogar: os alunos se dividem em duplas, organizam todas as peças numeradas sobre as casas do tabuleiro, aleatoriamente, e definem quem iniciará o jogo. Em seguida, cada um escolhe uma das posições (vertical ou horizontal) para jogar. Retira-se a peça coringa e, a partir dessa casa, que ficou vazia, o jogo se inicia com o primeiro jogador escolhendo para si uma peça na linha (se for horizontal) ou na coluna (se for vertical). O segundo jogador faz o mesmo procedimento, utilizando, agora como base, a casa que ficou vazia com a escolha do primeiro jogador. O jogo termina quando não houver mais peças no tabuleiro ou caso não seja possível retirar nenhuma peça da linha ou coluna que seria devida. Cada aluno soma o total de pontos que obteve (números que estão nas tampinhas) e vence o jogo quem fizer mais pontos.

Observações realizadas quando da aplicação do jogo: A princípio, os alunos escolhem as peças sem um critério definido e fazem a contagem de



pontos anotando seus valores e efetuando no papel as somas e as subtrações, porém a cada partida vão percebendo as melhores jogadas e criando estratégias, como, por exemplo, evitar os números negativos, ou escolher uma peça que não é tão boa, para obrigar o adversário a pegar uma outra pior. Descubrem também formas alternativas para a contagem de pontos, excluindo os zeros e os números opostos da contagem, o que permite, muitas vezes, o cálculo mental.

Observar essas descobertas é muito interessante e possibilita ao educador analisar o quanto o conteúdo foi assimilado.

- II. O **EU SEI** é um jogo que envolve a operação de multiplicação e o cálculo mental.

Composição do jogo: onze cartas confeccionadas com papel cartão, cartolina, ou outro material resistente, numeradas de 0 a 10, para cada jogador, conforme Figura 3.

Figura 3: Jogo Eu Sei.



Fonte: Arquivo da autora.

Como jogar: Os alunos se dividem em grupos de três e escolhem um deles para ser o juiz. Os outros dois jogadores embaralham as suas cartas e as colocam em um monte, viradas para baixo. O juiz dá um sinal para que cada jogador pegue, do seu monte, uma carta sem olhar e a coloque na sua



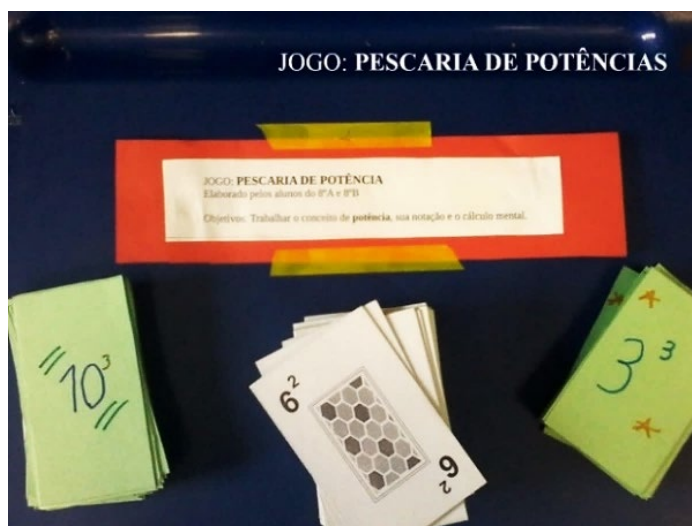
testa, de modo que cada um consiga ver apenas a carta do adversário. O juiz fala o produto das duas cartas e, neste momento, o jogador que souber qual é a sua própria carta, baseado no produto e na carta do adversário, deverá gritar: “Eu sei” e dizer, o mais rápido possível, o número da sua carta. Quem acertar primeiro, ganha as duas cartas e é feita uma nova rodada. Ganha o jogo quem tiver mais cartas.

Variações: Pode ser utilizado um baralho com cartas do Ás (1) ao 10 e, caso os alunos já conheçam os números inteiros, podem ser utilizadas cartas numeradas com números positivos e negativos.

III. O jogo **PESCARIA DE POTÊNCIAS** estimula o cálculo mental de potências.

Composição do jogo: sessenta cartas – metade com potências e a outra metade com os seus resultados –, conforme sugestão abaixo. As cartas podem ser confeccionadas em papel cartão, cartolina ou outro material, conforme Figura 4.

Figura 4: Jogo Pescaria de Potências.



Fonte: Arquivo da autora.

Cartas sugeridas: vide quadro 2.

**CARTAS SUGERIDAS PARA A PESCARIA DE POTÊNCIAS**

POTÊNCIA	RESULTADO	POTÊNCIA	RESULTADO	POTÊNCIA	RESULTADO	POTÊNCIA	RESULTADO
0^2	0	2^2	4	4^3	64	9^2	81
0^6	0	2^3	8	5^0	1	10^1	10
0^{10}	0	2^4	16	5^2	25	10^2	100
1^3	1	2^5	32	5^3	125	10^3	1000
1^7	1	3^2	9	6^2	36	10^4	10000
1^8	1	3^3	27	7^1	7	15^1	15
1^{10}	1	3^4	81	7^2	49		
2^0	1	4^2	16	8^2	64		

Quadro 2: sugestões de cartas para o jogo.

Fonte: da autora.

Como jogar: os alunos se dividem em grupos de três, embaralham as cartas e distribuem no mínimo cinco e no máximo dez cartas para cada jogador. As demais cartas ficam espalhadas sobre a mesa, com as faces viradas para baixo e serão o “lago” da pescaria. Em seguida, os jogadores formam todos os pares possíveis (potência e seu resultado) com as cartas recebidas e os colocam sobre a mesa. Estas cartas não serão mais utilizadas neste jogo e farão parte do monte do respectivo jogador. Define-se quem inicia o jogo e qual será a sequência das próximas jogadas. O primeiro jogador escolhe uma das cartas que estão na sua mão para tentar formar um par e pede ao jogador seguinte a carta que precisa. Por exemplo, se ele tem a carta 16, pode pedir a carta 4^2 ou o contrário. Se o jogador possuir a carta, ele é obrigado a entregá-la ao colega que a solicitou, mas se não tiver, ele manda o colega “pescar” uma carta no lago. O jogador pega uma carta do monte (que está na mesa) e vê se essa carta faz par com alguma carta, dentre as que ele já tem na mão. Se este conseguir formar algum par com esta carta e com as suas, coloca-o no seu monte, mas, se não conseguir, fica com mais uma carta na mão. O próximo jogador adota o mesmo procedimento que o anterior e, na sequência, todos os demais também. O jogo termina quando não houver mais cartas no lago, ou caso não seja



possível formar mais nenhum par. Ganha o jogo quem tiver mais cartas no seu monte.

Variações: A quantidade de cartas pode ser reduzida, desde que sejam mantidos os pares (potência e resultado). Dependendo do ano de estudo, as cartas podem ter expoentes negativos ou bases negativas.

Quadro 3: Fotos da Mostra de Ciências e Matemática (Imeec - Unicamp, 20 de abril de 2018).



Referências

PREFEITURA MUNICIPAL DE CAMPINAS. **Grupo de Estudo do Componente Curricular Matemática - Gemat**. Campinas: 2018.

Smole, Kátia Stocco; Diniz, Maria Ignez; Milani, Estela. **Cadernos do Mathema**: Jogos de matemática de 6.º a 9.º ano. Porto Alegre: Artmed, 2007.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA:

Nós Precisamos Contar

Gisele Silva da Costa **CARDOZO**
Prefeitura Municipal de Paulínia
giselecaco@gmail.com

Introdução

O projeto *“História da Matemática: nós precisamos contar”* foi pensado e realizado a partir da oportunidade dada pelo professor Sergio Lorenzato (Gepemai – Unicamp) em sua oficina *“Construindo o meu Laboratório de Ensino de Matemática”*, oferecida na Semana Nacional de Ciência e Tecnologia – SNCT 2017. Foi apresentado, sob a forma de *banner*, na Mostra de Ciências e Matemática, no saguão do Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação (Imecc) – Unicamp, no dia 20 de abril de 2018. Os alunos foram prestigiar a Mostra e ver seu trabalho exposto. Vale dizer que este trabalho também foi apresentado como relato de experiência no Projeto *“Fala Professor”*, do Centro de Formação dos Profissionais da Educação da Rede Pública de Paulínia (Ceform), Divisão de Formação Continuada, da Secretaria Municipal de Educação de Paulínia/SP.

Com o objetivo principal de construir materiais didáticos para o Laboratório de Ensino de Matemática da escola onde trabalho (EMEF *“Yolanda Tiziani Pazetti”*, em Paulínia/SP), escolhemos uma sala de 3.º ano do Ensino Fundamental I, com 25 alunos, na faixa etária entre 8 e 10 anos. Analisamos o planejamento dos professores e selecionamos conteúdos que constam no Currículo da Rede Municipal de Ensino de Paulínia, Ensino Fundamental – Anos Iniciais (2011), e que seriam trabalhados no 1.º bimestre: Sistema de Numeração Decimal (SND), números romanos e números ordinais. Essa escolha pautou-se na importância do entendimento da lógica do nosso sistema de numeração para o aprendizado de vários outros conhecimentos matemáticos. Há



[...] quatro aspectos fundamentais na abordagem escolar do SND (Sistema de Numeração Decimal): operar com o sistema, comparar, produzir e interpretar escritas numéricas. É importante ter sempre presente que a questão essencial, no caso do SND, é o fato de termos que ensinar, e o aluno realmente aprender, um sistema de representação escrita de quantidades. (SÃO PAULO [Estado], 1998, p. 88)

Conforme o Currículo da Rede, em relação ao nosso Sistema de Numeração, no 3.º ano é preciso desenvolver a compreensão da lógica do SND, do valor relativo e absoluto dos numerais, do valor posicional, da composição e decomposição de números e introduzir os numerais ordinais e romanos.

A proposta de trabalho com os alunos foi feita a partir de um eixo histórico, desde o surgimento da necessidade de contar e registrar de alguma forma as quantidades, até a definição do nosso sistema de numeração. Os números, seu registro e os diferentes sistemas de numeração são construções históricas do Homem, elaboradas, modificadas, unificadas, sempre com o intuito de resolver problemas e atender necessidades. Dessa forma, a Matemática constituiu-se a partir de experiências, está diretamente conectada com a vida diária e hoje a temos em um nível altíssimo de abstração. A criança, ao construir seu conhecimento, também vivencia esse processo de partir do concreto, de experiências reais, manipulativas, vividas para a abstração na formação de conceitos e ideias e para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático.

Acreditamos que conhecer esse processo de surgimento, elaboração e evolução dos números e do SND é uma forte contribuição ao entendimento de sua lógica e um facilitador da aprendizagem.

Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. (BRASIL, 1997, p. 46)



A contribuição da História da Matemática para o processo de ensino e aprendizagem também reside na possibilidade de permitir que as crianças conheçam e reflitam sobre questões que não se limitam ao campo matemático.

Aprender sobre diferentes povos da Antiguidade, sua localização geográfica, diferentes culturas, a forma como cada povo resolveu os problemas que foram surgindo; provocar a curiosidade; e mobilizar os alunos para a busca de respostas, gerando uma postura investigativa, são apenas alguns exemplos das inúmeras situações e ações que podem surgir com o estudo histórico da Matemática. Conhecer a construção do conceito de número, os diferentes registros, a necessidade dos agrupamentos, o aproveitamento pelos hindus do que os sistemas tinham de melhor e mais eficiente contribui para um maior e melhor entendimento e consolidação desses saberes matemáticos.

As atividades e as discussões tiveram como objetivos:

1. Levar os alunos a perceberem que:
 - a) os números fazem parte da nossa vida, do nosso cotidiano, estão ao nosso redor;
 - b) o surgimento dos números e o desenvolvimento dos diferentes sistemas de numeração devem-se às necessidades do ser humano, ao longo da História – contar, medir, ordenar (números ordinais), codificar, identificar e registrar de alguma forma: em ossos, nós, com pedras, símbolos;
 - c) usamos até hoje sistemas de numeração criados há milhares de anos, como os números indo-arábicos, romanos, o sistema de numeração sexagesimal babilônico na medida de tempo;
 - d) o nosso sistema de numeração decimal também resulta do atendimento às necessidades que foram surgindo, com a junção de contribuições de diferentes povos.
2. Entender a lógica do nosso SND e da escrita dos números romanos.
3. Produzir jogos e ábacos com materiais alternativos – papelão, palitos, caixa de ovos – para o Laboratório de Ensino de Matemática.

Desenvolvimento do Projeto

Em todas as etapas e atividades contamos com a participação efetiva dos alunos, como sujeitos na construção do seu próprio conhecimento. Nosso papel



foi levantar seu conhecimento prévio, provocar e mediar discussões e conflitos com questionamentos constantes.

Atividade “Onde e para que usamos números”

Iniciamos com um levantamento de onde encontramos números: os alunos falavam e suas respostas eram anotadas na lousa. Percebemos que, nesse primeiro momento, as respostas ficaram limitadas ao ambiente da sala de aula e da disciplina Matemática – em contas, na tabuada, no relógio na classe, na régua, no telefone, na data de aniversário. Não houve nenhuma intervenção nossa, porque queríamos verificar qual a noção de número que os alunos tinham. As crianças conhecem números e suas aplicações antes mesmo de chegarem à escola (número de telefone, preço, dinheiro, linha de ônibus, canal de TV etc.). O que precisam é organizar e sistematizar o que sabem, agregando informações, formando conceitos e ampliando, assim, seu conhecimento.

Como lição de casa, solicitamos aos alunos que, juntamente com seus familiares, fizessem uma lista dos números que encontrassem no local onde moram. O objetivo dessa tarefa era provocar uma ampliação do olhar em relação à presença dos números na nossa vida. Na aula seguinte, os alunos leram suas listas e, à medida que liam, eram questionados sobre onde “exatamente” estavam os números. Por exemplo, uma aluna disse “caixa de ferramentas” e precisou explicar que estavam na trena, no tamanho das chaves de boca. Ou então, “na geladeira” — temperatura —, e perguntamos se era somente no termostato, pensando que a aluna faria referências ao selo de consumo ou mesmo às embalagens dentro da geladeira. Entretanto, outra aluna pediu para responder e, quebrando nossa expectativa, disse nos “ímãs” com o telefone do gás, restaurante, farmácia que colocamos na porta da geladeira para facilitar o acesso, por diferentes pessoas, a telefones usuais. Não bastava o aluno apenas citar o objeto ou o local, ele precisava indicar e/ou explicar a presença do número e podia contar com a ajuda dos colegas. Foram necessários dois dias de aula para que realizássemos as reflexões e completássemos a lista. Essa atividade comprova que “aprender a procurar, e mesmo a encontrar respostas, é mais importante para



a formação do indivíduo do que as respostas às indagações.” (LORENZATO, 2010, p. 8).

Um momento muito interessante que vale a pena citar para mostrar a riqueza de informações e discussões de uma atividade aparentemente simples e banal foi o seguinte: um aluno disse que encontramos números no violão. Como estava sendo feito com todas as respostas, questionamos onde esses números estariam. O aluno pediu para ir até a lousa, desenhou o braço de um violão e foi explicando que os números estavam na posição do dedo 1, 2, 3... na casa 1, 2, 3... na corda 1, 2, 3... Aproveitamos para mostrar uma letra de música cifrada, com os acordes numerados, como também mostramos uma trena, uma chave de boca e explicamos o porquê de um condomínio de prédios precisar de tantos números (cardinais e ordinais) no seu endereço, ampliando, assim, o conhecimento de mundo dos alunos.

Na atividade seguinte, mostramos imagens com números e pedimos para que os alunos dissessem o que estavam indicando. Nesse momento, pretendíamos que percebessem o uso do número para contar e quantificar, medir, ordenar, identificar e codificar. Fizemos a correção da atividade coletivamente, mas com o cuidado de garantir a cada um o entendimento do porquê de sua resposta não ter sido adequada naquela situação.

Com as informações e as discussões das atividades anteriores, os alunos tiveram a tarefa de confeccionar cartazes, mostrando “Onde e para que usamos números”. Em grupos, a partir dos recortes que trouxeram de casa e conseguiram na escola, fizeram a seleção das imagens. Identificamos as características do gênero textual “cartaz” (margens, título, imagens bem distribuídas, uso de letras grandes, de forma, maiúsculas e frases curtas para facilitar a leitura), e as imagens foram legendadas com a explicação do uso dos números presentes. Enquanto os alunos trabalhavam, andamos pela sala, mediando os conflitos, fazendo sugestões, resolvendo dúvidas por meio de perguntas que levassem as crianças a refletir e encontrar a resposta de que precisavam, e questionando se estavam considerando todas as possibilidades de uso dos números. Queríamos que fossem além do óbvio, do aparente. Em um dos grupos, colocaram a imagem de óculos, preço e telefone da loja que constavam no recorte. Perguntamos se não havia mais nenhum número presente ali e, após algumas negativas, troca de



olhares, risos de desconfiança de que estávamos brincando, uma delas gritou: “O grau da lente!!!”. A satisfação foi geral, da professora e das alunas do grupo, e, empunhando a canetinha preta com muito orgulho, a responsável pela descoberta escreveu na legenda: “Grau da lente dos óculos”.

Atividade “Controlando a coleção”

Esta atividade foi feita coletivamente. As questões foram discutidas e, após a definição da resposta por votação, fizemos o registro.

Questão 1. *Se você fosse colecionar algo, o que seria?*

Os alunos fizeram sugestões – figurinhas, bonecas, selos, óculos, aviãozinho de papel, “abre e fecha”, entre outros. Votamos e o objeto escolhido foi “pedras” (informações verbais).

Questão 2. *Como você faria para saber se todas as pedras que você colecionou estão lá?*

Contaria e registraria em uma tabela (informações verbais).

Questão 3. *Se você conseguisse mais pedras, o que faria para saber a nova quantidade?*

Faria uma tabela – quantas já havia, quantas colocou; somaria e colocaria quantas há agora (informações verbais).

Questão 4. *E se fosse uma quantidade muito grande de pedras, como faria para facilitar a contagem?*

Faria ‘grupos de 10’, a cada 10, 100 (informações verbais).

Questão 5. *E se um primo pedisse e pegasse algumas pedras, precisaria recontar?*

Não. Era só ver quantas pedras ele pegou e fazer a ‘conta de menos’, registrando a nova quantidade na tabela (informações verbais).

Questão 6. *E se não houvesse o número (símbolo) para registrar a quantidade, como faria?*

Risquinhos (informações verbais).

A partir da resposta anterior, perguntamos: Qual seria o mais eficiente para contagem?





Optaram pela maneira b), por ser mais rápido para escrever e contar.

Nas respostas dos alunos podemos notar a aplicação de vários outros conhecimentos que já possuem: o uso de uma tabela para registrar e organizar informações; noção de adição – somaria agrupamentos de dez em dez –; noção de subtração: “conta de menos”, o que vai ao encontro do que procuramos sempre propor em sala: atividades que permitam o uso dos saberes matemáticos em diversos contextos para uma aprendizagem mais significativa.

Aula expositiva “Surgimento dos números e diferentes sistemas de numeração”

A partir de imagens da internet, *slides* prontos e *slides* próprios, montamos uma apresentação em Power Point para mostrar aos alunos:

- ▶ como surgiu o número;
- ▶ os primeiros registros numéricos;
- ▶ o uso do corpo (egípcios – calcanhar, dedo, homem; babilônicos - as falanges das mãos) e/ou de objetos (pedra, corda, madeira, osso, argila) para contar e registrar;
- ▶ os sistemas de numeração egípcio, romano, babilônico, chinês, indo-arábico (com maior destaque), maia e grego;
- ▶ a necessidade da marcação do número zero por algumas civilizações;
- ▶ o ábaco.

Expusemos também a arbitrariedade dos símbolos e a necessidade de todos conhecerem, usarem e respeitarem os mesmos registros e regras. Um aluno comentou que é o mesmo que escrever uma palavra em código: cada letra é um número; quem escreve e quem lê precisa compartilhar desse mesmo código.

Durante a aula, as crianças eram incentivadas a participar, respondendo questões que propúnhamos ou fazendo perguntas. Novamente, as informações extrapolaram o âmbito da Matemática, tornando-se uma aula interdisciplinar.

Em Geografia, falamos de atividades econômicas, localização de países e regiões que existem até hoje e onde se localizavam os que não existem mais, leitura de mapas etc.. Uma aluna ficou curiosa quando, em um momento da explicação, foi citado o surgimento de um método de escrita de números “nos tempos de Alexandria”. Uma mãozinha se ergueu e veio a pergunta: “Onde fica Alexandria?”.



Em História e Arqueologia, vimos pinturas rupestres, artefatos em museus (conceito de documento histórico), as 7 Maravilhas do Mundo Antigo (Jardins Suspensos da Babilônia e Farol de Alexandria), povos que ainda existem hoje, mas não da mesma forma que na Antiguidade (egípcios, romanos, gregos, chineses).

Em Língua Portuguesa, referimo-nos à origem das palavras “cálculo” (*calculus*, que significa “pedrinha” e a relação com cálculo renal) e “algarismo” (que vem do nome do matemático árabe Al-Khowarizmi).

Terminamos a aula, perguntando aos alunos quais sistemas de numeração usamos até hoje, com o objetivo de destacar o Sistema indo-arábico (SND), a numeração romana em capítulos, relógio, século, nome de reis e imperadores (D. Pedro I) e Papas (João Paulo II, Bento XVI), leis e a base do sistema babilônico na divisão do tempo. Os números ordinais, um dos conteúdos selecionados para nosso trabalho, apareceram na leitura dos nomes dos reis e papas.

Jogo “Nunca 3, 5, 8 e 10”

Material: base de papelão, dividida em 3 partes, palitos de sorvete (todos da mesma cor) e elásticos. Sempre 15 palitos de uma mesma cor, colocados soltos na 1ª casa (1ª parte à direita da base de papelão).

Procedimento: na primeira rodada, a cada 3 palitos soltos, forma-se um grupinho, amarrando com elástico e colocando na 2ª casa; a cada 3 grupinhos, forma-se um grupão, amarrando e colocando na 3ª casa. Registrar o número de grupões, grupinhos e palitos soltos – neste caso 120, que não pode ser lido como “cento e vinte”, pois são 15 palitos na base 3. Repete-se com bases diferentes até a base 10.

Na base 3: 1 grupão (9), 2 grupinhos (6) e nenhum palito solto; não é 120, pois $9 + 6 = 15$;

Na base 5: 3 grupinhos e nenhum palito solto; não é 30, pois $3 \times 5 = 15$;

Na base 8: 1 grupinho (8) e 7 palitos soltos; não é 17, pois $8 + 7 = 15$;

Na base 10: 1 grupinho (10) e 5 soltos. Finalmente, $15 = (10 + 5)$.

Podemos variar a quantidade de palitos e fazer as trocas em diferentes bases. Todos esses questionamentos e registros precisam ser



feitos para os alunos manipularem e visualizarem os agrupamentos, entendendo seus registros escritos e compreendendo como se dão a organização e o funcionamento do nosso sistema. Conforme destaca Lorenzato (2010, p. 21), *“a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno”*.

Por isso, é importante permitir que a criança manipule e reflita sobre o que fez, com a mediação do professor – fazer a troca, por que trocou, como registramos, por que no “Nunca 3” não podemos ler 120 (somente no Nunca 10), entre outras questões.

Ábaco com palitos coloridos

Material: base de papelão, dividida em três partes, palitos de sorvete coloridos (três cores diferentes).

Procedimento: Representar números no ábaco (colocar o número de palitos na casa correspondente, conforme o número dado) ou escrever o número representado pelos palitos.

A cor do palito indica seu valor: azul – unidade; vermelho – dezena; e verde – centena. O valor atribuído a cada cor foi arbitrário – combinado entre nós – e novamente ressaltamos aos alunos que, para o registro de números e um sistema de numeração funcionarem, é preciso que todos sigam as mesmas regras e usem os mesmos símbolos.

Em uma das situações, colocamos dois palitos verdes na casa da Centena, cinco palitos vermelhos na Dezena e dez palitos azuis na Unidade e pedimos que as crianças dissessem qual foi o número formado. Alguns registraram ou leram: “duzentos e cinquenta e dez” e riram. Perguntamos se estava certo, se alguém tinha feito diferente e, apesar dos questionamentos e das risadas, não fizeram a troca (Nunca 10).

Aqui vemos o quão importante é oferecer diferentes situações para que o aluno utilize o que aprendeu para resolver outros problemas, fazendo transferências, correções, adaptações e aplicações do conhecimento adquirido para consolidá-lo.



O uso da Matemática faz parte do dia a dia das pessoas, nas situações mais simples, como contar, comparar, medir e operar com quantidades, por isso é preciso que percebam a aplicabilidade, na vida cotidiana, do que aprendem na escola. A Matemática, na visão do aluno, precisa ser mais do que uma disciplina escolar.

Leitura

Neste momento, realizamos a leitura do livro *...E eles queriam contar: a construção do conceito de dezena*, de Luzia Faraco Ramos (1995). Queríamos retomar, em outro contexto, informações já apresentadas nas aulas anteriores.

Confecção e realização de atividades com o ábaco aberto

Material: Parte de uma caixa de ovos colada em uma base de papelão, dois palitos de churrasco e um pedaço de arame (encapado com durex amarelo) e três tamanhos diferentes de macarrão. Precisamos do arame para prender o macarrão correspondente à unidade, pois não passava pelo palito de churrasco.

O tamanho do macarrão indica seu valor: ave-maria – unidade; argola –dezena; e penne – centena (penne cortado ao meio, para que coubessem dez no palito de churrasco).

Procedimento: A atividade consistia em representar números no ábaco ou escrever a representação. As trocas deveriam ser feitas quando necessárias. **Ex.:** Separar 23 macarrões ave-maria e representar no ábaco.

Nessa atividade, retomamos o uso do ábaco como feito pelos hindus: como instrumento utilizado para desenvolver o sistema posicional de numeração.

O passo seguinte foi usar o mesmo tamanho de macarrão (argola), deixando que seu valor fosse definido pela posição em que estivesse.

Atividade com texto lacunado

A atividade a seguir foi feita em dois momentos: em casa e na sala. Primeiro, cada aluno preencheu o texto, com a ajuda da família, com os números que considerou adequados.



Depois, em sala, cada um leu suas respostas, e discutimos quais números seriam possíveis, quais deveriam ser descartados e por quê. Por último, elegemos a resposta que seria colocada como coletiva.

Vamos ler o texto abaixo e completar com números que considerarmos adequados:

Na semana passada, minha escola organizou uma excursão ao zoológico para as três classes do terceiro ano. Éramos cerca de _____ alunos. Todos muito felizes com a possibilidade de conhecer de perto diversos animais.

Saímos da escola às 8 horas e _____ minutos e, depois de percorrer uns 80 quilômetros, chegamos ao zoológico às _____ horas e _____ minutos.

Ao chegarmos, cada professora comprou os ingressos dos seus alunos com o dinheiro que já havia arrecadado. Cada entrada custou _____ reais.

Entramos no zoológico e fomos direto ver a jaula do leão. Ele andava de um lado para o outro, sem parar. Meu colega Pedro quis saber qual era o peso do leão. Minha professora pediu para olharmos a ficha técnica, e descobrimos que um leão macho adulto pesa _____ kg em média.

Em nossa visita vimos macacos, bicho-preguiça, jacarés, lobo, zebras, elefantes e vários tipos de aves. Fiquei impressionado com a girafa. Nunca pude imaginar que ela fosse tão alta, media quase _____ metros.

Nossa visita demorou _____ h. Saímos do zoológico por volta das _____ horas e _____ minutos e chegamos de volta à escola às _____ horas e _____ minutos.

Disponível em: <https://slideplayer.com.br/slide/11645548/> Acesso em: mar. 2018.

Procedimento:

Discutimos a quantidade de alunos das 3 turmas – alguns responderam 25 alunos, partindo da referência a sua própria turma, esquecendo-se de que eram os alunos das 3 turmas.

Horário de saída da escola – pensamos no tempo de chegar à escola, organizar as três turmas no ônibus e sair.

Horário de chegada ao Zoo – dependia do horário de saída, da distância de 80 Km e da velocidade que um ônibus escolar pode atingir.

Como estávamos respondendo coletivamente, surgiram alguns conflitos interessantes. Uma aluna deu “às 8h10” como resposta para o horário de chegada. A reação de algumas crianças, usando como referência a resposta



coletiva de saída da escola às 8h, foi dizer que não dá para percorrer 80 km em 10 minutos. Entretanto, a aluna se justificou: “Coloquei o horário de saída às 6h50, o que dá 1h20 de trajeto”. Procuramos sempre estimular essa capacidade de argumentar em defesa da resposta dada.

Preços dos ingressos – fizemos uma pesquisa dos preços em alguns zoológicos, e os alunos se espantaram com a diferença de preço entre o Zoo de Americana e o Zoo de São Paulo, o que rendeu uma excelente conversa sobre o valor ou o preço das coisas. E pesquisamos nos dois zoológicos quem paga meia e por quê.

Altura da girafa: usamos como referência minha altura (1,55cm) e a altura da parede da sala (3m). Alguns alunos haviam pesquisado no Google – de 4 a 6 m –, o que ajudou na decisão da resposta coletiva.

Como forma de organização e sistematização, montamos uma apostila com o registro de nossas aulas, listas e discussões, um texto explicativo com as informações mais relevantes dos conteúdos trabalhados, as atividades que os alunos fizeram em casa e atividades diversas sobre SND, números romanos e ordinais, medidas de tempo e de comprimento, desafios e sistema monetário.

Considerações finais

Os materiais didáticos produzidos para o Laboratório de Ensino de Matemática tiveram como foco o trabalho com a lógica do nosso Sistema de Numeração Decimal. Os números romanos surgiram dentre os sistemas de numeração estudados, e os números ordinais apareceram em sua aplicação prática – na confecção dos cartazes, na leitura dos nomes de reis e papas e na identificação do uso de números em um condomínio.

Outros conteúdos previstos no Currículo da Rede para o 3.º ano do EF vieram para discussão ao longo das aulas e foram trabalhados: calendário, horas, indicações e utilização de diferentes medidas e sistema monetário.

Em todas as atividades propostas, tivemos a preocupação de oferecer aos alunos a oportunidade de produzir e agir sobre o material didático, refletindo



sobre suas ações e respostas. Para o aluno não faz sentido “fazer por fazer”; a repetição, os exercícios de memorização limitam a capacidade da criança de usar o conhecimento memorizado em novas situações. Ela terá um bom desempenho em situações e atividades semelhantes às que treinou, mas não desenvolverá o raciocínio reflexivo. Isso porque

o fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos. (BRASIL, 1997, p. 45)

Cada povo resolveu seu problema de contagem e registro à sua maneira, por vários caminhos e usos de diferentes materiais. O que importava – e o que importa até hoje – era achar uma solução. Não há como a escola ensinar uma solução que sirva para todos os tipos de problema, até porque existe a possibilidade de mais de uma resposta considerada certa. Porém é possível ensinar aos alunos como buscar essa solução, mostrando que sempre podemos questionar e pensar sobre as situações do nosso dia a dia, incluindo o que se aprende na escola.

Referências

- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- LORENZATO, Sergio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.
- PAULÍNIA. Prefeitura Municipal. Secretaria Municipal de Educação. **Currículo da Rede Municipal de Ensino de Paulínia – Ensino Fundamental – Anos Iniciais**. Paulínia, 2011.
- RAMOS, Luzia Faraco. ... **E eles queriam contar**: a construção do conceito de dezena. São Paulo: Ática, 1995.
- SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. **Ensinar pra valer!** Módulo 2. São Paulo: SEE/FDE, 1998.

USO DE DOBRADURA PARA APRESENTAÇÃO DA PARÁBOLA

José Galhardo Leite de MORAES
IFSP – Campus Bragança Paulista / Gepemai
galhardo@ifsp.edu.br

Introdução

Sou professor de Matemática da rede federal de educação e atuo no ensino médio e no curso de Licenciatura em Matemática (Geometria Plana Euclidiana e Cálculo Diferencial e Integral), no Instituto Federal de São Paulo (IFSP) – *Campus Bragança Paulista*. Há mais de 20 anos conheço a atividade que apresentarei, porém apenas no primeiro semestre de 2018 a utilizei em sala de aula com alunos do primeiro ano do Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio³ e com licenciandos em Matemática, na disciplina de Geometria Euclidiana Plana I. Para o primeiro grupo, o conteúdo se restringiu às características e propriedades das parábolas e, para os alunos da Licenciatura, à identificação de uma aplicação da construção de mediatrizes.

O aluno do ensino básico tem um contato inicial com esse conteúdo (a cônica em si) durante o primeiro ano do ensino médio, com o estudo da curva que representa o gráfico de uma função polinomial de segundo grau. Mais tarde, já no terceiro ano do ensino médio, o jovem volta a revê-la como uma cônica de fórmula $y = \frac{x^2}{4p}$ ou $x = \frac{y^2}{4p}$.

Além dessa curva, a maioria dos estudantes chega à universidade conhecendo apenas Elipses, Hipérboles, Circunferências e Retas. Com efeito, existem ainda muitas outras que esses discentes, na maioria das vezes, não identificam.

³ Alunos que cursam as disciplinas comuns ao Ensino Médio associadas a disciplinas de formação técnica em uma única instituição de ensino. Os alunos que concluem o curso recebem o certificado de conclusão do Ensino Médio e certificação para atuarem como técnicos na respectiva área de estudo.



O fato que me fez pensar sobre essa realidade aconteceu em 2013, quando três alunos do segundo ano do curso Técnico em Mecânica Integrado ao Ensino Médio, do IFSP – *Campus* Bragança Paulista, procuraram-me para orientá-los sobre um projeto para a feira de ciências do *campus* (Bragantec⁴). Eles tinham interesse em estudar qual seria a melhor curva para se produzir um *half* de *skate*⁵. A partir desse momento, eu e meus alunos começamos a perceber como o ensino de curvas no ensino médio é restrito.

Com a ajuda de alguns discentes do curso de Licenciatura em Matemática, foi realizada uma pesquisa entre alunos de terceiro ano do ensino médio, de algumas escolas públicas e privadas de Bragança Paulista e região, sobre o conhecimento acerca de diversas curvas que visualizamos no nosso dia a dia.

Num primeiro momento, foi apresentada uma folha com fotos e desenhos – gráficos e imagens do cotidiano – de algumas curvas, para que os estudantes escrevessem, sem qualquer tipo de consulta, o nome de cada uma das curvas. Essa folha era recolhida e, logo em seguida, entregue uma outra com as mesmas imagens e com uma lista de nome de curvas, para que os alunos as relacionassem.

O resultado foi o que, intuitivamente, eu esperava: mais de noventa por cento dos alunos reconheciam, com ou sem a lista de nomes, qualquer curva parecida com um “sorriso” como sendo uma parábola.

Tendo como base esses dados, os alunos do ensino médio integrado resolveram desenvolver um trabalho que pudesse auxiliar os professores de matemática a apresentar outras curvas aos alunos do ensino médio, curso regular, e dar mais ênfase às propriedades de cada uma delas (objetivo geral).

⁴ Feira de Ciência e Tecnologia do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – *Campus* Bragança Paulista, voltada para estudantes do ensino médio e técnico da rede pública e privada de ensino de Bragança Paulista e região. É realizada anualmente no mês de setembro.

⁵ Pista em forma de “U”, normalmente em madeira ou cimento, para realização de acrobacias com *skate*.



Dessa forma, seria possível determinar, através de certas características, com qual curva estar-se-ia “trabalhando”.

O resultado do trabalho desenvolvido foi um conjunto de seis curvas em madeira, por onde deslizavam esferas metálicas. O objetivo maior era verificar por qual delas a esfera chegaria mais rápido ao ponto final, já o objetivo específico do projeto era encontrar a melhor curva para a construção de um *half* de *Skate*.

Algum tempo depois, alunos do Técnico Concomitante⁶ em Mecatrônica instalaram sensores nos pontos de partida e de chegada para tornar possível a medida do tempo de descida, como podemos observar na Figura 1, a seguir:

Figura 1: Conjunto de seis curvas em madeira.



Fonte: Arquivo do autor.

Desde então, tenho procurado levar meus alunos a entender que cada uma das curvas que percebemos, não só nas disciplinas escolares, é determinada por características geométricas próprias.

Devo observar, também, que a *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC) trata, em suas Competências Específicas 4 e 5, respectivamente, das habilidades

⁶ Alunos que cursam as disciplinas comuns ao Ensino Médio e a formação técnica em instituições de ensino e períodos distintos. Normalmente, as instituições que oferecem as disciplinas técnicas aceitam apenas a matrícula dos alunos que estão cursando o segundo ou o terceiro ano do Ensino Médio.



de representação geométrica, no plano cartesiano, de funções polinomiais de 2.º grau (EM13MAT402); e da identificação de padrões, da criação de conjecturas e do reconhecimento de uma função polinomial do 2.º grau (EM13MAT502). Portanto, fica clara a importância de o estudante saber identificar as características que determinam a curva Parábola.

Da mesma forma, as Competências Específicas de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio assim orientam que:

utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. (BRASIL, 2018, p. 531).

Portanto, no início do primeiro semestre de 2018, lecionando para a turma de primeiro ano do Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio, verifiquei que precisaria de mais recursos – além do conjunto de curvas em madeira – para apresentar a curva parábola como gráfico de uma função polinomial de segundo grau.

Lembrei-me da atividade, que descrevo abaixo, conversando com uma aluna da Licenciatura que estava envolvida em preparar uma apresentação para a disciplina de Prática de Ensino.

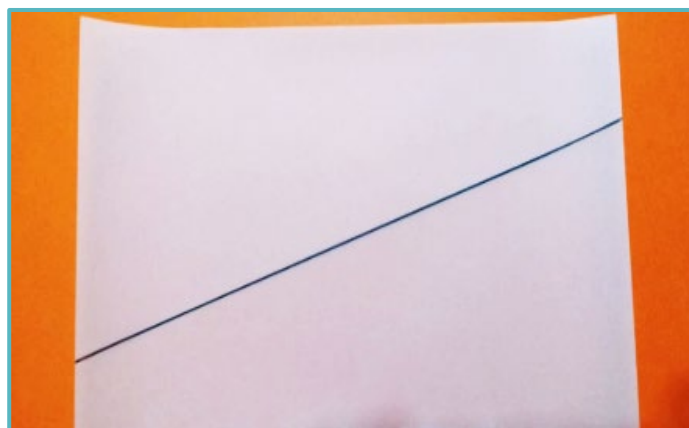
Descrição da atividade

Antes do início da atividade, devem-se colar à lousa, com a ajuda de fita adesiva, as extremidades de um barbante. Ele deve permanecer solto, de forma a fazer um “sorriso”. Terá maior impacto se, na lousa, estiver desenhado o plano cartesiano e fizermos com que o ponto mais “baixo” da curva coincida com a intersecção dos eixos.



Cada aluno deve contar com uma folha de papel vegetal retangular com dimensão de 148 X 210 mm, com uma régua graduada (30 cm) e com um lápis ou caneta. Em seguida, utilizando a régua, deve desenhar uma linha, unindo duas extremidades opostas do papel, como pode ser averiguado na Figura 2:

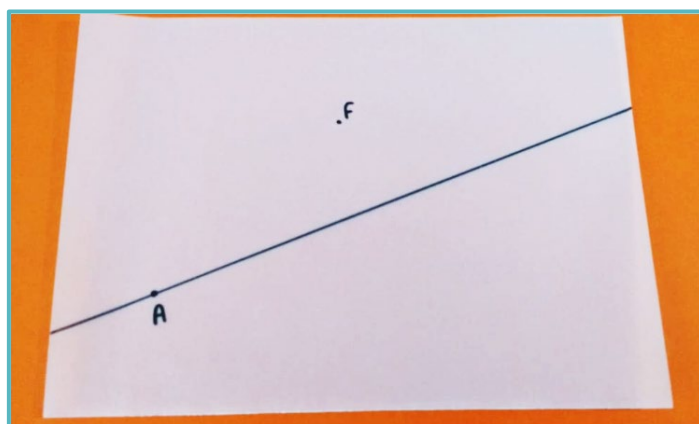
Figura 2: Reta sobre papel vegetal.



Fonte: Arquivo do autor.

Após, deve marcar dois pontos, A e F, na folha de papel: o ponto A sobre a linha que ele acabou de desenhar, e o ponto F não sobre a linha, conforme pode ser visto na Figura 3:

Figura 3: Pontos A (sobre a reta) e F (não na reta).

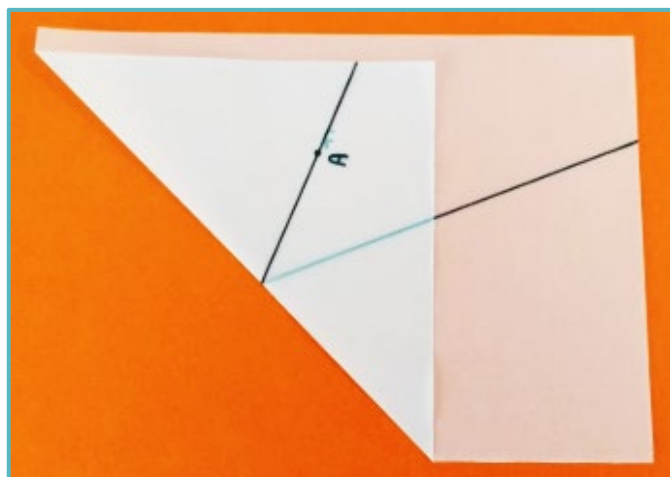


Fonte: Arquivo do autor.



Feito o desenho da linha, ele deve dobrar a folha, de modo que os dois pontos fiquem um sobre o outro. É preciso vincar bem o papel, como se observa na Figura 4:

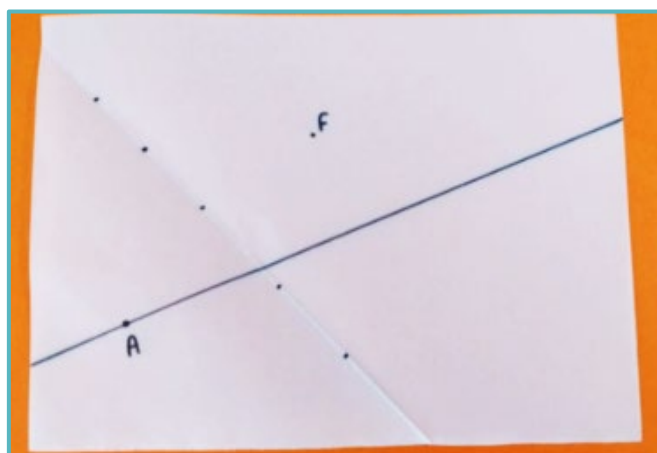
Figura 4: Papel dobrado, com pontos A e F coincidindo.



Fonte: Arquivo do autor.

Depois, é preciso desdobrar o papel e fazer cinco pontos distintos sobre a marcação do vinco, como ilustra a Figura 5 a seguir:

Figura 5: Pontos distintos sobre o vinco.

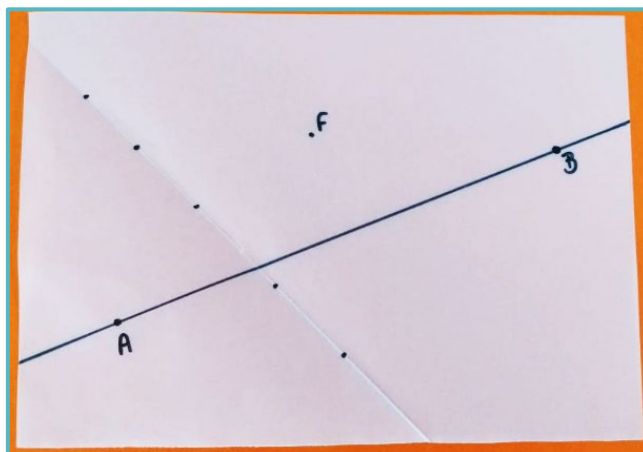


Fonte: Arquivo do autor.



Em seguida, com a ajuda da régua graduada, deve medir e anotar as distâncias de cada um desses pontos em relação aos pontos A e F. Depois, deve marcar um novo ponto (ponto B) na extremidade oposta ao ponto A da linha, como veremos aqui na Figura 6:

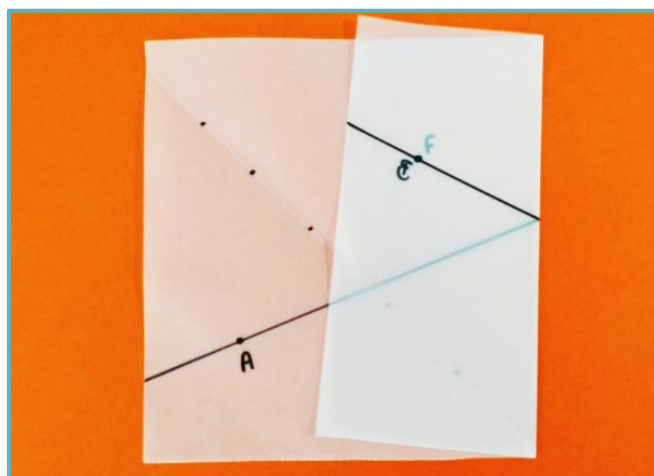
Figura 6: Ponto B em posição oposta ao ponto A.



Fonte: Arquivo do autor.

Feito isso, deve dobrar a folha e vincar bem o papel, de modo que os pontos B e F fiquem um sobre o outro, como ilustra a Figura 7.

Figura 7: Papel dobrado, com pontos B e F coincidindo.

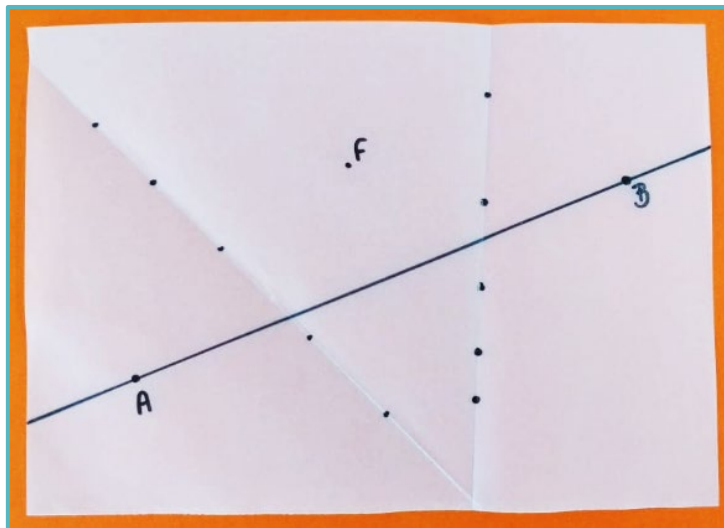


Fonte: Arquivo do autor.



Após, o papel será desdobrado para fazer cinco pontos distintos sobre essa nova marcação do vinco, conforme podemos observar na Figura 8:

Figura 8: Pontos distintos sobre o novo vinco.



Fonte: Arquivo do autor.

Em seguida, com a ajuda da régua graduada, deve medir e anotar as distâncias de cada um desses pontos em relação aos pontos B e F. Sugerimos que a sala participe, levantando hipóteses sobre o que observaram e sobre o que aconteceria, se eles marcassem mais pontos sobre os vincos.

É importantíssimo discutir as hipóteses que os alunos apresentarem e, depois das discussões, definir a mediatriz de um segmento determinado por dois pontos (no nosso caso, A e F e B e F), em um plano como a reta perpendicular a esse segmento e que passa por seu ponto médio. Uma das características importantes da mediatriz é que cada um de seus pontos é equidistante das extremidades do segmento que a originou.

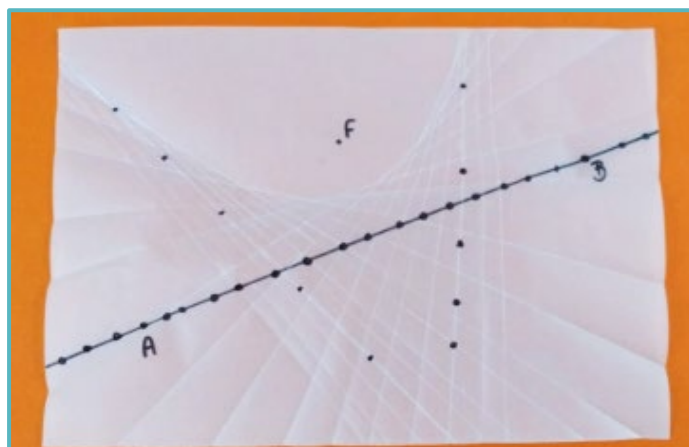
Logo após, os procedimentos seguintes devem ser repetidos, ao menos, 15 vezes. É importante pedir aos alunos que os pontos sejam, aproximadamente, equidistantes.



Marcar outro ponto, distinto dos pontos já desenhados, sobre a linha que une os pontos A e B. Em seguida, dobrar a folha de modo que esse novo ponto fique sobre o ponto F. Vincar bem o papel. Desdobrar o papel.

Depois que os alunos tiverem terminado, deve-se perguntar se há alguma relação entre aqueles “vintos” do papel e qual seria essa relação. Observe, na Figura 9, como as marcas no papel colaboram para criar um efeito de continuidade de uma curva distinta da reta, o que pode servir como uma apresentação ou introdução à Geometria Projetiva.

Figura 9: Intersecção de retas, determinando pontos de uma parábola.



Fonte: Arquivo do autor.

Terminados esses passos, recomenda-se nomear a curva como parábola e formalizar a definição. Como método didático, pode-se perguntar se a figura formada pelo barbante pode ser chamada de parábola. Em caso negativo, indaga-se sobre qual seria o nome de tal curva.

Considerações finais

Como verificado na BNCC, é indispensável que o aluno tenha contato com diversos tipos de curvas, inclusive aquelas distintas das originadas de funções de 1.º e 2.º graus, trigonométricas, exponenciais e logarítmicas.



A atividade apresentada não apenas cumpre o que é apresentado na BNCC para o ensino de curvas que representam uma equação polinomial de 2.º grau, mas também faz com que o estudante possa pensar sobre as características da parábola e possa se questionar sobre outras curvas que não apresentam essas características.

Apesar de a atividade ser planejada para o ano inicial do Ensino Médio, ela pode ser adaptada para o Ensino Fundamental, contemplando o que determinam as Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, a saber:

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário; expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens – gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados. (BRASIL, 2018, p. 267)

Para tanto, o professor deve tomar o cuidado de levar em conta a idade e o desenvolvimento dos alunos. Ele pode, por exemplo, trabalhar com a dobradura sem citar as definições formais, comentar sobre outras geometrias que levam em conta a intersecção de retas para a determinação de curvas (Geometria Projetiva) ou trabalhar a noção de métrica – distância entre os pontos.

Espera-se, com essa atividade, estimular o aluno a procurar propriedades matemáticas que possam caracterizar devidamente as curvas – cada vez que lhe forem apresentadas – e a pesquisar suas novas formas de aplicação.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/12/BNCC_19dez2018_site.pdf. Acesso em: 8 mar. 2019.

A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA VISUAL PARA O ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO PARA ALUNOS SURDOS

Leticia Harumi Moraes Yamashita **KAWAHAMA**
FAAT – Faculdades Atibaia
leticia_kawahama@hotmail.com

Michele Rocha **GERAGE**
FAAT – Faculdades Atibaia
michelerochagerage@outlook.com

Introdução

É inegável a necessidade que temos de adequação do ensino a todos os alunos que fazem parte do processo educacional brasileiro moderno. Ser surdo⁷ não o exclui da aprendizagem como um todo – pelo contrário, entendemos que é necessário que esses alunos ganhem um olhar de confiança e oportunidades para desenvolverem suas habilidades cognitivas na escola. Para isso pautamos nossa pesquisa no que diz a literatura acadêmica sobre tal assunto.

De modo geral entende-se por surdez a diminuição, em grau mais ou menos intenso, da percepção normal do som. Para um melhor entendimento, neste trabalho serão explorados alguns conceitos relativos à surdez e à avaliação da audição.

Segundo o dicionário Aurélio, surdez é a ausência, perda ou diminuição considerável no sentido de audição. A educação inclusiva se apoia na *Declaração de Salamanca* (UNESCO, 1994 [1997]) que contempla a Pedagogia da diversidade, visando manter alunos diversos no espaço escolar. Sendo assim, a escola, com criatividade, buscará soluções para que os alunos obtenham resultados satisfatórios em seu desempenho acadêmico.

⁷ Embora alguns documentos e publicações se apropriem do termo “deficiência auditiva”, escolhemos o termo “surdo”, ao compartilhar nossa experiência, por compreendermos que a expressão “deficiente” pode ser pejorativa.



Essa pedagogia da diversidade nos faz refletir sobre a prática em sala de aula, principalmente quando o conteúdo a ser ensinado é abstrato. A disciplina de matemática, por sua vez, remete a muitas inquietações, pois, para que o abstrato se transforme no concreto, e vice-versa, temos que iniciar o trabalho do concreto para o abstrato. Falar em conceito se aplica quando pensamos em uma aula que também acolha alunos surdos, pois abstração e conceitos concretos também fazem parte do mundo do surdo e, juntos, trazem compreensão completa.

Paulo Freire (2016, p. 17) diz que o educando desenvolve relação entre ação e reflexão por meio da experiência concreta e, por sua vez, transforma a sua realidade, modificando-a de forma constante. Partindo do dito por Freire e mediante a dificuldade dos alunos surdos com a multiplicação, resolvemos confeccionar um recurso visiotátil para que compreendessem o conceito da multiplicação e se apropriassem do conhecimento do campo multiplicativo sem que fosse decorado, mas sim compreendido de maneira reflexiva por meio da construção do conhecimento.

É sabido que os olhos dos surdos são os seus ouvidos, e as mãos a sua fala, e a partir desse conceito acreditamos que a matemática visual é a ferramenta que garante total entendimento ao aluno surdo. E ela propicia ganhos na tarefa de bem conduzir a aquisição de saberes, inclusive no que tange ao trabalho com a tabuada. Sobre esta e sobre os recursos que utilizamos para ensiná-la falaremos a seguir.

A Matemática e a multiplicação

A temática desenvolvida é a multiplicação, apresentada no currículo como habilidades e competências do campo aritmético. E para que essa habilidade se desenvolva faz-se necessário compreender a tabuada. Sempre houve a intenção de efetuar registros para melhor apreender as relações numéricas e facilitar o cotidiano. Com efeito, Ramos (2004, p. 89) revela que

as palavras tabuada e tabela têm uma origem e um significado comuns: tábua, um lugar no qual registrar relações numéricas, a fim de que seja possível consultá-las quando necessário – provavelmente, as primeiras tabelas foram criadas antes mesmo do papel, sendo os registros feitos em placas de madeira ou papiros.



É sabido que a tabuada vai além de decorar – afinal, a construção do conhecimento está distante de regras de memorização, pois ela se processa por meio de uma aprendizagem investigativa e reflexiva. Consideramos, então, que para a compreensão da tabuada primeiro o aluno precisa construir e compreender a noção de quantidade e depois uma das ideias da multiplicação, que é a soma de parcelas iguais, para posteriormente compreender as propriedades da multiplicação.

A aprendizagem, segundo Piaget, precisa ser significativa, ou seja, o aprendizado deve fazer sentido na vida atual do aluno. Somente assim ele usará o conteúdo aprendido. Por sermos seres inacabados, existe uma necessidade de descobrir, organizar, reordenar para assimilar e, conseqüentemente, acomodar as ideias e, com autonomia, assim construir o conhecimento e o seu raciocínio.

Para que este fim seja conquistado, muitos educadores ressaltaram a importância do apoio visual e tátil como ferramenta facilitadora para a aprendizagem. Rousseau recomendou a experiência direta sobre os objetos. Comenius, citado por Lorenzato (2010), relatou que o ensino deveria iniciar-se do concreto para o abstrato, valorizando os sentidos. Com efeito, a criação da tabuada decorreu do bloqueio que os alunos mostram ao realizarem atividades de multiplicação que pedem o uso de contas rápidas como aprendidas na tabuada.

Partindo desses pressupostos, resolvemos desenvolver uma tabuada visiotátil, para que os educandos internalizem a tabuada de maneira plena e não pela memorização, e desenvolvam assim o raciocínio lógico, o qual, segundo Lorenzato (2011, p.14), “apoia fortemente no verbal, na visão e na manipulação, obtendo assim a alegria da descoberta, a percepção da sua competência, a melhoria da sua auto imagem”.

Tabuada visiotátil

Tendo por base os conceitos e teorias previamente explanados, surgiu a questão de como apresentar a tabuada de forma motivadora e significativa para um grupo de alunos surdos. A proposta foi de mostrar o material manipulável e



deixar implícita a ideia da tabuada, e a apresentação da tabuada visiotátil foi ministrada de uma forma tranquila e harmoniosa.

A criação da tabuada surgiu devido ao bloqueio que os alunos mostram ao realizarem atividades de multiplicação que pedem o uso de contas rápidas como aprendidas na tabuada.

Como vemos na Figura 1, o material manipulável foi confeccionado com uma matéria-prima de fácil acessibilidade: o papelão. A tabuada visiotátil é uma placa de papelão de forma retangular, contendo dez furos de forma circular. Para avançarmos, fez-se necessária uma avaliação diagnóstica, realizada com o mesmo material, para observar se os alunos já se haviam apropriado das habilidades da soma e da subtração. Esse processo foi realizado por composição e decomposição dos algoritmos.

Figura 1: Tabuada visiotátil.



Fonte: Arquivo das autoras.

O objetivo é desenvolver no aluno a compreensão da importância do raciocínio lógico, trabalhando com a inclusão e a conservação dos algoritmos – usamos o termo “algoritmos” como **uma** sequência finita e ordenada de passos (regras), com um esquema de processamento que permite a realização de uma tarefa (resolução de problemas, cálculos etc.). Para Lorenzato (2011, p. 122), “a inclusão é o ato de fazer abranger um conjunto por um todo, e a conservação é o ato de perceber que a quantidade não depende da arrumação, forma ou posição”. Partindo desta premissa, iniciamos o processo de composição pelo algarismo 2, ou seja, a tabuada do dois (Figura 2).



Figura 2: Momento do jogo.



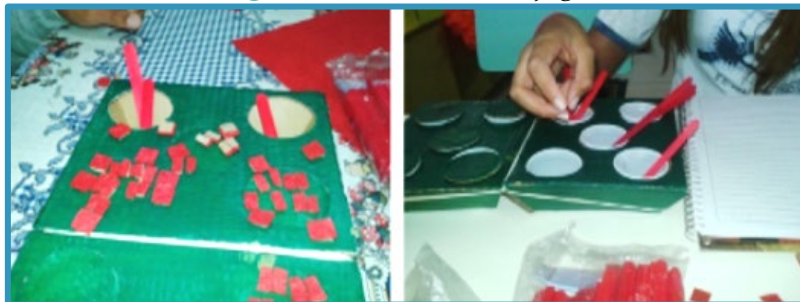
Fonte: Arquivo das autoras.

Fez-se necessário usar uma folha para registro dos passos da atividade, o que foi de extrema importância, pois facilitou perceber e anotar os dados coletados.

Tínhamos por foco o aluno e a forma como ele agiria em relação ao quadro a sua frente, partindo da contagem com os dedos ou com outros objetos. Os alunos poderiam também realizar a operação por meio do raciocínio lógico-dedutivo. A intencionalidade era fazer o aluno atribuir um valor ao quadrado, para facilitar os cálculos de adição e multiplicação realizados mentalmente, utilizando assim a memória em longo prazo, a qual é responsável por acomodar as informações.

Dessa forma o aluno saberia o valor e a sequência dos algoritmos, apropriando-se do recurso de visualização, pois, segundo Lorenzato (2010), são os atos manuais que transformam algo em imagem mental. A manipulação do quadro proporcionou essa vertente de forma plausível e completa (Figura 3).

Figura 3: Momentos do jogo.



Fonte: Arquivo das autoras.



Em outro momento pedimos que os alunos trocassem as formas geométricas por palitos de sorvetes. Essa troca significou que os alunos se apropriaram e/ou compreenderam os cálculos lógico-matemáticos. A resolução da tabuada nos mostrou que o cérebro conseguiu compreender os caminhos que levam à multiplicação, mesmo com o uso dos palitos. A partir do conceito aprendido, não somente memorizado, desenvolveu-se, por meios táticos, autonomia para aprendizagem da matemática. Vale a ressalva de que esta atividade deve ser realizada sem a intervenção do professor, assim cada aluno utilizará a sua própria estratégia (Figura 4).

Figura 4: Momentos do jogo.



Fonte: Arquivo das autoras.

No próximo passo apresentamos as fichas com os símbolos numéricos para que os alunos manipulassem e colocassem na sequência (Figuras 5 e 6). Observamos se o aluno percebeu que há uma seriação a ser realizada e que as fichas estavam correspondentes a lugares exatos, se estavam realizando a atividade com facilidade, construindo a tabuada com autonomia, realizando os cálculos mentais necessários e se, quando concluído, o aluno percebeu que estava realizando processos do campo multiplicativo. Observamos o aluno no início da atividade realizando a seriação e colocando as fichas sem quaisquer critérios. Nesse caso entrevistamos, pois o objetivo não foi atingido com facilidade. Percebemos que o aluno poderia necessitar de registros para realizar as somas e, assim que se sentisse seguro, continuaria com a realização dos cálculos mentais.



Quando o aluno terminou todas as atividades propostas e construiu toda a tabuada, pudemos fazer a eles questionamentos pertinentes, tais como: O que é a tabuada e qual a sua importância para o processo do ensino aprendizagem da matemática? Essa atividade teve como resultado a aplicação e o uso da tabuada visiotátil, a qual precisa ser entendida e não decorada.

Considerações finais

O processo multiplicativo pode ser ensinado e aprendido de forma simples, se usarmos de estratégias pensadas para situações específicas e desenvolvidas de acordo com o ritmo de cada aluno, para que se aproprie do conceito e haja aprendizagem. O resultado foi positivo, pois os alunos compreenderam a importância de entender a tabuada, e não decorá-la.

A partir desse conhecimento, percebe-se a melhoria da autoimagem e da autonomia para realizar inúmeras tarefas, que refletem diretamente nas atividades em sala de aula. O planejamento didático é de extrema importância para que a construção do conhecimento seja harmoniosa e prazerosa no ensino da matemática. Afinal, como diz o professor Sérgio Lorenzato, “Ninguém ama o que não conhece”. Faz-se necessário, portanto, um aprofundamento na questão do ensino de matemática para alunos surdos, contemplando assim a máxima de que a educação é para todos.

Referências

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**, 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2016.

LORENZATO, Sergio (org.) Educação infantil e percepção matemática. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

RAMOS, Clélia Regina. **LIBRAS: A língua de sinais dos surdos brasileiros**. Petrópolis: Arara Azul, 2004.

UNESCO. **Declaração de Salamanca e linha de ação sobre necessidades educativas especiais**. 1994. Brasília: CORDE, 1997.

MATERIAL CUISENAIRE:

Ensino do Mínimo Múltiplo Comum e do Máximo Divisor Comum

Leticia Harumi Moraes Yamashita **KAWAHAMA**
FAAT – Faculdades Atibaia
leticia_kawahama@hotmail.com

Michele Rocha **GERAGE**
FAAT – Faculdades Atibaia
michelerochagerage@outlook.com

Introdução

Atualmente, pensando em atingir a todos os alunos presentes em sala de aula, cada um com sua especificidade e dificuldades, é preciso buscar estratégias de ensino para que o conhecimento matemático envolva a todos eles. Um desafio a mais é fazer com que alunos surdos entendam o conceito e tenham autonomia para a resolução proposta para este tema específico: material cuisenaire – ensino do mínimo múltiplo comum e do máximo divisor comum.

Uma boa estratégia para o ensino da Matemática para alunos surdos é o uso de materiais manipuláveis, sendo este um facilitador muito importante para que haja uma verdadeira aprendizagem da matemática. De acordo com Fiorentini (1995, p. 31), a matemática,

[...] não pode ser concebida como conhecimento pronto e acabado mas ao contrário, como um saber vivo, dinâmico e que, historicamente vem sendo construído, atendendo a estímulos externos (necessidades sociais) e internos (necessidades teóricas) de ampliação de conceitos.

Já os *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática* (PCN), consideram fundamental que a valorização da contextualização seja equilibrada com o desenvolvimento de outra competência, igualmente valiosa, que priorize a capacidade de abstrair o contexto, de aprender relações que são válidas em



múltiplos contextos e, sobretudo, estimule a capacidade de imaginar situações fictícias, que não existam concretamente, ainda que possam vir a ser realizadas.

Pensando nisto, foi desenvolvida para essa classe e, em especial, para esse aluno surdo uma atividade para o ensino do mínimo múltiplo comum (MMC) e do máximo divisor comum (MDC), com o auxílio do Material Cuisenaire.

O Material Cuisenaire

O material tem o nome de seu criador, o professor belga Emile Georges Cuisenaire (1891-1980), que elaborou esse material concreto que ajuda no ensino da Matemática.

Usando madeira, o material manipulativo é constituído por modelos de prismas quadrangulares e composto de 241 barras coloridas, que variam de 1 cm a 10 cm de comprimento, com 10 cores diferentes e proporcionais entre si (Figura 1).

Figura 1: Material Cuisenaire.



Fonte: Arquivo das autoras.

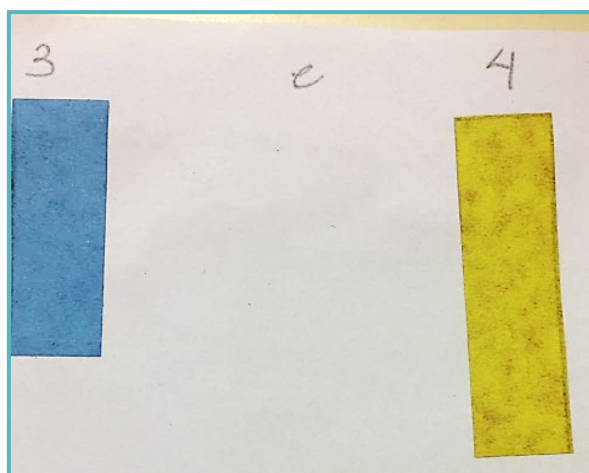
Para desenvolver a atividade proposta, foi confeccionado o material manipulável em papéis sulfite coloridos (papel A4), uma adaptação do material Cuisenaire, com material simples e de fácil acesso, com as mesmas medidas proporcionais do Cuisenaire.



Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

O primeiro passo para a realização desta atividade foi a representação dos números 3 e 4, com os respectivos papéis (barra) com o valor correspondente, como mostra a Figura 2.

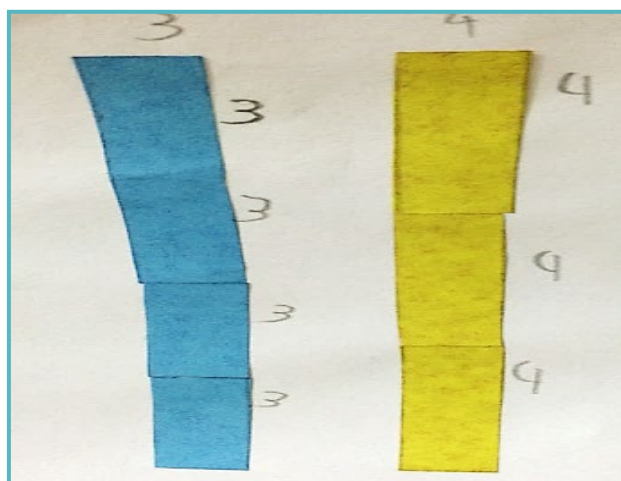
Figura 2: Representação dos números 3 e 4.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Para determinar o MMC (3, 4), foi proposto que dispusessem as barras do mesmo tamanho e cor uma embaixo da outra, de modo que ambas as colunas estivessem em tamanhos iguais, para que depois fossem coladas (Figura 3).

Figura 3: Representação dos números 3 e 4 com barras em tamanhos iguais.



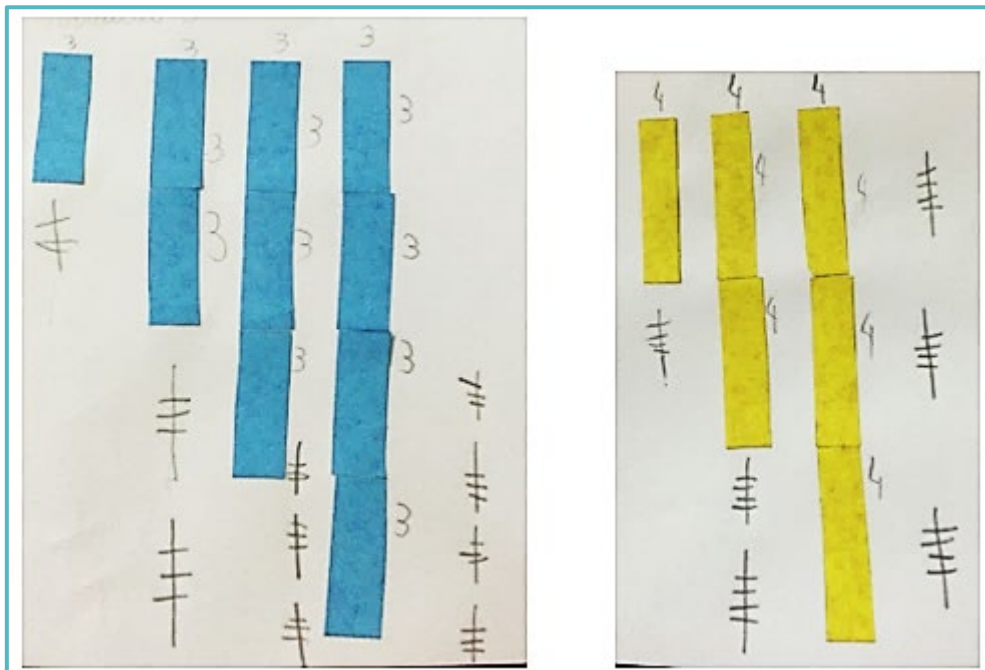
Fonte: Elaborado pelas autoras.



Após fazer a soma, obteve-se: papel azul ($3+3+3+3=12$) e papel amarelo ($4+4+4=12$). Pode-se concluir visivelmente que o MMC (3,4) =12.

Foram realizadas mais representações com a manipulação do material, porém ainda não se conseguiam identificar os múltiplos. Então foi proposto que escrevessem, de sua maneira, o que tinham entendido até aquele momento, como mostra a Figura 4.

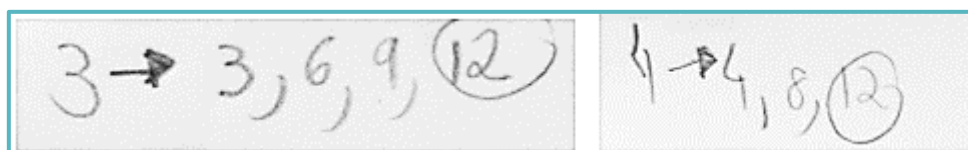
Figura 4: Visualização dos múltiplos.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Partindo desta visualização identificam-se os múltiplos presentes e pode-se observar que se trata da tabuada, reconstruída de uma maneira diferente e mais significativa (Figura 5).

Figura 5: Múltiplos do número 3 e múltiplos do número 4.



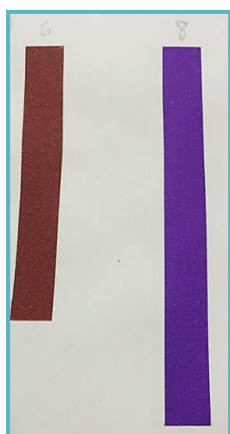
Fonte: Elaborado pelas autoras.



Máximo Divisor Comum (MDC)

Utilizando o mesmo material Cuisenaire adaptado com folhas coloridas A4 e a mesma metodologia usada anteriormente, começamos com a representação dos números 6 e 8 (Figura 6).

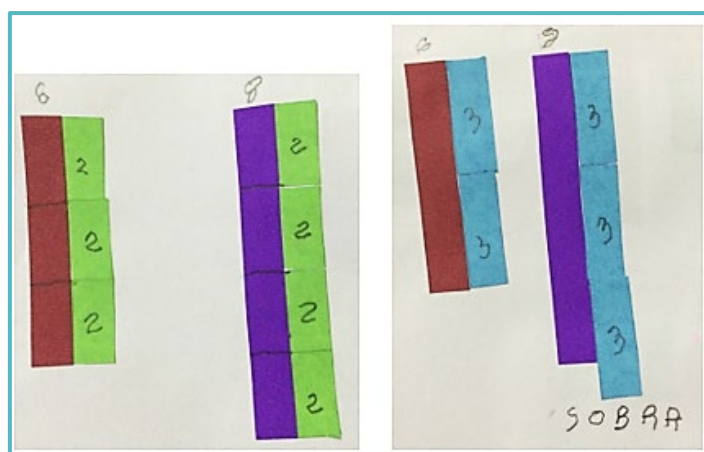
Figura 6: Representação dos números 6 e 8.



Para determinar o MDC, era preciso descobrir quais as outras diferentes barras existentes colocadas ao lado das barras 6 e 8, de modo que ambas as colunas – tanto as barras que representam os números 6 e 8 quanto as outras que fossem escolhidas – estivessem em tamanhos idênticos, sem sobras (Figura 7).

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Figura 7: Comparando os tamanhos das barras.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

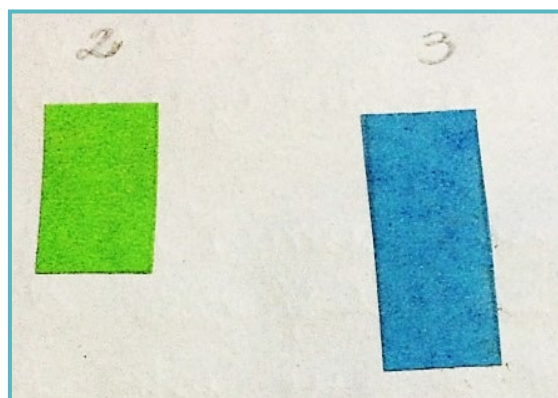
No máximo divisor comum, o objetivo foi ver qual o maior número que permite dividir os números 6 e 8 simultaneamente. Neste caso demonstrou-se que, se colocassem o papel que corresponde ao número 3, as colunas não estariam



em tamanhos iguais e, portanto, o número máximo pelo qual se consegue dividir simultaneamente o número 6 e o 8 é o número 2.

Novamente foi proposto que se identificasse o MDC (2,3), representando os números 2 e 3 com as barras que correspondem a esses mesmos números (Figura 8).

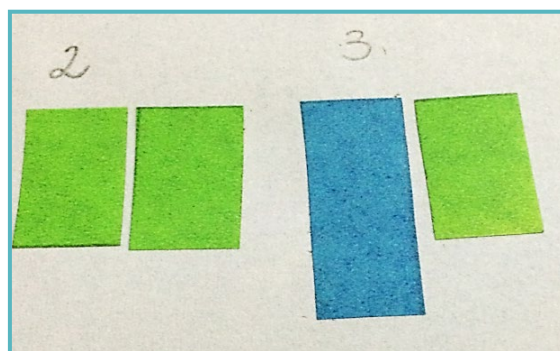
Figura 8: Representação dos números 2 e 3.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Para descobrir qual é o máximo divisor comum, percebe-se o seguinte: depois que foi feita a representação dos números, pensou-se que o máximo divisor era o número dois, pois, colocado ao lado da barra correspondente ao número 2, as barras se igualavam; porém, se comparado à barra correspondente ao número 3, não ficou totalmente igual, pois faltava um pedaço para que as barras se igualassem, como mostra a Figura 9.

Figura 9: Comparando os tamanhos das barras.

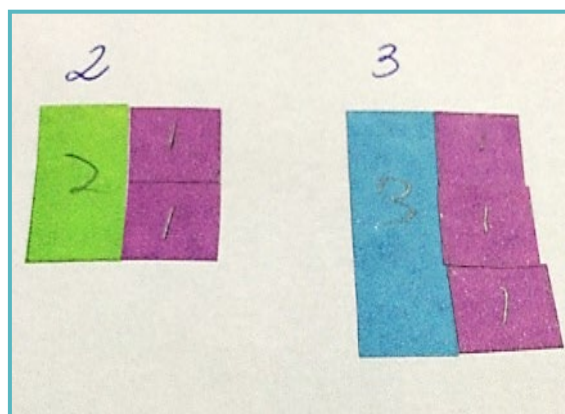


Fonte: Elaborado pelas autoras.



Constatou-se que o máximo divisor comum não poderia ser um número maior que 2, pois passaria da barra que corresponde ao número 2, porém entendeu-se que, colocando a barra correspondente ao número 1, daria certo. Portanto, o $MDC(2,3)=1$, demonstrado na Figura 10.

Figura 10: O MDC (2,3) é igual a 1.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Segundo Alves e Moraes (2006), um recurso didático não é em si o conhecimento, mas sim um auxiliar que ajuda na sua construção e facilita a sua aceitação e compreensão. O mais importante é criar uma orientação no sentido de facilitar a aquisição do conhecimento.

E, de acordo com os PCN, a finalidade do ensino de matemática é fazer com que o aluno se sinta seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos e desenvolva a autoimagem e a perseverança na busca de soluções.

Considerações finais

Nosso objetivo nesta atividade foi trazer a matemática para o concreto, mostrar ao aluno surdo que são possíveis o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos com materiais manipulativos e completamente visuais, para que ele possa entender seus significados e realizar com autonomia a resolução do MMC e MDC.



Foi um grande aprendizado poder proporcionar esta atividade aos alunos surdos e ver em seus rostos a satisfação de realizar as tarefas propostas, pois sabiam exatamente o que estavam fazendo e o porquê, e puderam vivenciar a teoria e a prática de um modo pleno de sentido e significados.

Referências

ALVES, Carla; MORAIS, Carlos Mesquita. Recursos de apoio ao processo de ensino e aprendizagem da matemática. *In*: VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; CANAVARRO, P. (org.). **Números e álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – Secção de Educação Matemática, 2006. p. 335-349. Disponível em: https://bibliotecadigital.ipb.pt/bitstream/10198/1087/1/CL03_2006Recursos_Ensino_Aprendizagem_Matematica.pdf. Acesso em: 21 dez. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática. **Zetetiké**, v. 3, n. 1, jan./jun. 1995.

O ENSINO DE GRANDEZAS E MEDIDAS COM MATERIAIS DE MANIPULAÇÃO

Luís Eduardo CORRÊA
UNIVESP – Universidade Virtual do Estado de São Paulo
luisbaiococorrea@gmail.com

Introdução

Sou Luís Eduardo, licenciando em Matemática pela Universidade Virtual do Estado de São Paulo (Univesp), tenho 44 anos, e há 4 anos resolvi voltar a estudar. Escolhi a Licenciatura, pois gosto de ensinar outras pessoas e de trabalhar com a matemática, por ter facilidade com números. Para realizar o estágio curricular obrigatório, escolhi uma escola municipal de Ensino Fundamental I e II da cidade de Jardinópolis-SP, que atende, nos períodos matutino e vespertino a uma clientela de classe média e baixa e recebe também alunos de bairros circunvizinhos. Diante do calendário e da minha preferência de turma e série, escolhi os 9.^{os} anos para estagiar e, dentre as atividades que deveria realizar, estava a construção de uma sequência didática que trabalhasse alguns conteúdos previstos na disciplina. Iniciei uma investigação com os três professores de matemática da escola para elencar quais seriam as dificuldades dos alunos, partindo da premissa de que eles poderiam realizar atividades práticas utilizando materiais manipuláveis. A partir da leitura de alguns artigos, dissertações e teses, realizada em minha Iniciação Científica na Unicamp, nasceu a sequência didática: O ensino de grandezas e medidas com materiais de manipulação, com três atividades: medida, perímetro e área. Neste artigo, tratarei da atividade de área.

Descrição da atividade realizada

A criação do protótipo

A atividade foi elaborada a partir de uma conversa com o professor de matemática, que destacou a dificuldade dos alunos em compreender o conteúdo



de área. A sugestão foi partir do princípio do ladrilhamento, por meio do qual as ideias foram direcionadas para a construção de materiais concretos e manipuláveis, para que os alunos interagissem e se utilizassem de criatividade.

No momento da construção do protótipo 1 recortamos 100 quadrados de papel sulfite 1 cm x 1 cm para serem colocados em uma caixinha de madeira com as medidas de 10 cm x 10 cm. Mas, ao realizar o ladrilhamento, senti dificuldade para colocar as folhinhas uma ao lado da outra, pois elas ficavam sobrepostas.

Precisei buscar outro material que pudesse substituir o papel e fosse de fácil manuseio no ladrilhamento. No protótipo 2 utilizamos o EVA 2 mm de uma única cor na medida 1 cm x 1 cm, mas, quando realizei o ladrilhamento, observei ainda a mesma dificuldade ocorrida com o papel. Optamos pelo EVA 3 mm, o qual em teste se mostrou mais adequado. Outro fator observado foi a cor do EVA, que, ao montar o protótipo, mostrou-se modesta e monótona, pois não exigiria criatividade nenhuma ao realizar o ladrilhamento. No protótipo 3, baseado nas dificuldades anteriores, resolvi colar dois EVA 2 mm sobrepostos, para obter peças de fácil manuseio, com cores diferentes. Assim obtive 100 quadradinhos 1 cm x 1 cm, mas de duas cores, possibilitando a criação de qualquer desenho pelos alunos.

Ao utilizar os quadradinhos 1 cm x 1 cm na caixinha, apareceu outra dificuldade: no início da criação do protótipo 1 precisei definir uma caixinha com aba, que facilitasse o ladrilhamento. Essa caixinha deveria ter as medidas de 10 cm x 10 cm, para serem guardados 100 quadradinhos de 1 cm x 1 cm, mas precisei aumentar a caixinha para 10,5 cm x 10,5 cm pois, ao realizar o ladrilhamento, não caberia a décima peça em cada linha, devido à diferença de corte em cada peça.

Para confecção dos 100 quadradinhos de lado 1 cm, são estas as etapas:

- ▶ Cortar 2 quadrados de 13 cm de lado em uma placa de EVA 2 mm de cores diferentes que achar convenientes.
- ▶ De posse de dois quadrados de cores diferentes, sobrepor e unir ambos com cola de contato. A aplicação em cada lado pode ser feita



com pincel. Aguardar alguns minutos para a secagem da cola e, após unir as duas placas, estará formado um quadrado com duas faces de cores diferentes.

- ▶ Após seco, realizar a demarcação das linhas que formarão os 100 quadradinhos, depois é só recortar.
- ▶ Para armazenar os 100 quadradinhos utilizei um pote de plástico com tampa com capacidade de 90 ml, com preço de R\$ 1,80. Fácil e acessível.
- ▶ Para confecção das caixinhas de madeira, segui estas etapas:
- ▶ Para fundo utilizei chapa de Duratex 3 mm na medida 11,5 cm x 11,5 cm.
- ▶ Para compor a borda da caixinha empreguei sarrafo quadrado de 1 cm x 1 cm, encontrado pronto em casa de material de construção (Leroy Merlin).
- ▶ Para montar, cortei os sarrafos na medida da lateral do fundo da peça, passei cola e preguei com prego 8 x 8 (para marcenaria).
- ▶ Envernizei as peças para um melhor acabamento.

Realização da atividade

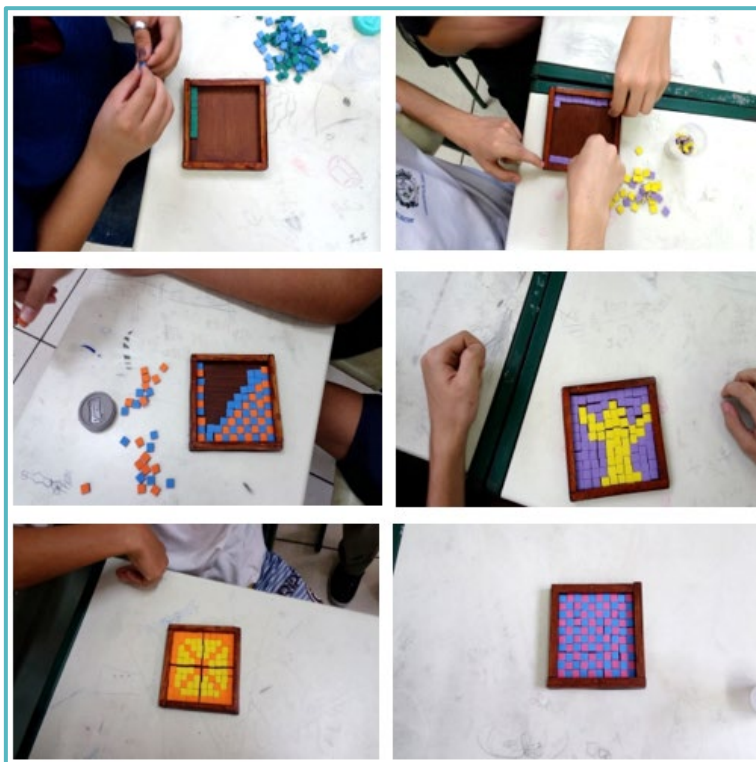
O pressuposto da atividade foi a relação da figura geométrica plana com o processo de ladrilhamento, mostrando a relação direta entre um espaço predeterminado e a quantidade de quadradinhos a ser colocada dentro da caixinha, pois o cálculo de área dependia de duas medidas.

Para iniciar a atividade perguntei aos alunos o que eles sabiam sobre área. Após algumas tentativas, as falas deles foram convergindo para identificação da área como espaço de dentro de uma figura geométrica plana.

A atividade foi desenvolvida em uma aula de 50 minutos. Solicitamos que os alunos formassem duplas, e a cada uma foi entregue uma caixinha de madeira quadrada de 10 cm de lado e um pote de plástico com 100 quadradinhos de EVA de 1 cm de lado com duas cores diferentes de face, para que fosse realizado o processo de ladrilhamento. O desenho a ser construído dentro do quadrado ficou livre, para que houvesse criatividade. A Figura 1 mostra a atividade de ladrilhamento sendo desenvolvida.



Figura 1: Fotos da atividade de ladrilhamento executadas pelos alunos.



Fonte: Arquivos do autor.

No final da atividade foi proposto um pequeno teste com quatro questões que requeriam do aluno a capacidade de identificar e calcular a área como medida de uma superfície. O desempenho dos alunos nos pareceu bastante satisfatório, uma vez que a maioria deles apresentou notas maiores ou iguais a 7,5.

Conclusão da atividade

No decorrer da aplicação da sequência foi possível perceber que todos os alunos se animaram com a atividade, surpreenderam-nos com criatividade e mostraram algo que não foi pensado na idealização da atividade, como, por exemplo, a criação de um desenho simétrico, o que revelou a adequação da proposta de utilizar o EVA no ladrilhamento. Considero que ele também pode ser utilizado no conteúdo de simetria. Se eu fosse aplicar novamente a atividade,



um dos aspectos que entrariam na minha revisão seria o tempo: proporia o dobro de tempo e uma quantidade maior de problemas, para os alunos treinarem a aplicação dos conceitos e o professor identificar o nível de conhecimento deles sobre o conteúdo, pois, neste caso, a atividade abordada foi complemento dos conteúdos por eles estudado no decorrer do ano letivo.

Leituras complementares

ABBONDATI, Mario. **Um ambiente virtual de aprendizagem para o ensino de tópicos de matemática do ensino fundamental**. 2013. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, São Carlos, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/4435>. Acesso em: 19 ago. 2017.

ALMEIDA, Fabiana Cesário de. **Os livros didáticos de matemática para o ensino fundamental e os temas transversais: realidade ou utopia?** 2007. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual de São Paulo - UNESP, Bauru, 2006. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/90870>. Acesso em: 16 mar. 2018.

ANDRINI, Álvaro. **Praticando Matemática**, 6.º ano, Manual do Professor. São Paulo: Editora do Brasil, 2012. p. 244-249.

BRASIL (País). Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 02 set. 2017.

BRASIL (País). Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEF, 2016. Disponível em:

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/BNCC-APRESENTACAO.pdf>. Acesso em: 02 set. 2017.

EXPERIMENTOTECA. Disponível em: <http://www.cdcc.sc.usp.br/experimentoteca/>. Acesso em: 26 set. 2017.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Projeto Araribá Matemática**. 6.º ano. Manual do Professor. São Paulo: Moderna. 2010. p. 285-287.

RODRIGUES, Marian dos Santos. **O ensino de medidas e grandezas através de uma abordagem investigatória**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/16034>. Acesso em: 18 mar. 2018.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. São Paulo: SE, 2012. 72 p. Disponível em:

<http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/783.pdf> Acesso em: 20 mar. 2018.

MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL:

Sudoku de Figuras Geométricas

Márcia Cristina Tognete **ROCHA**
Secretaria Municipal de Educação de Sumaré / Gepemai
marciatogcefems@gmail.com

A ideia de elaborar um material didático manipulável envolvendo Geometria surgiu após os estudos realizados no Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais – Gepemai. O texto de referência para o embasamento teórico do estudo foi *Laboratório de ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis* (LORENZATO, 2006).

Elaboração do material didático manipulável

Especificamos aqui os elementos que consideramos para essa produção:

- ▶ Tipo de material: tabuleiro (cartolina/papelão/papel cartão) $3 \times 3/4 \times 4/5 \times 5/6 \times 6$ e impressos de figuras geométricas caracterizadas e convencionais.
- ▶ Intencionalidade pedagógica: verificar a ideia que as crianças têm sobre a posição das figuras geométricas.
- ▶ Encaminhamentos para utilização do material: resgate coletivo dos conhecimentos prévios sobre a nomenclatura das figuras; apresentação do jogo Sudoku e suas regras; organização dos alunos em grupos e distribuição dos tabuleiros e das figuras geométricas para iniciar a jogada.
- ▶ Planejamento de atividade ou sequência didática com a utilização do material elaborado.
- ▶ Objetivos: trabalhar as formas geométricas; desenvolver o ato de observar e comparar; trabalhar a linguagem gráfica; desenvolver o raciocínio lógico-matemático; identificar figuras geométricas; posicionar figuras no tabuleiro.
- ▶ Conteúdo: raciocínio lógico; resolução de problemas; comunicação matemática (oralidade).
- ▶ Ano: 2.º e 3.º anos.
- ▶ Tempo estimado: 1 hora-aula (por turma).

Cabe, em seguida, expor a forma de trabalho.



Desenvolvimento da atividade e procedimentos:

- ▶ Primeiramente resgatar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o que são figuras geométricas. Em seguida, apresentar o jogo Sudoku e a sua história. Reflexão e partilha das estratégias utilizadas.
- ▶ Propor desafios: Cada criança, na sua vez, deverá posicionar as figuras geométricas no tabuleiro e refletir sobre qual figura escolher e como posicioná-la.
- ▶ Flexibilizar as deficiências: construir peças em tamanhos maiores para facilitar a visualização e a manipulação; transpor o jogo para o digital.
- ▶ Avaliar: espera-se que as crianças desenvolvam o pensamento lógico-matemático, reconheçam as formas geométricas e suas variadas posições.

Importa, a seguir, refletir sobre o trabalho realizado.

Registro reflexivo do desenvolvimento da atividade

A intencionalidade pedagógica principal era perceber como os alunos agiriam, ao ver figuras geométricas sendo dispostas no tabuleiro de forma diferente da posição convencional. Logo no início do jogo surgiram os conflitos. Quando um dos jogadores colocou um triângulo em posição diferente das que já estavam colocadas (ver Figura 1), uma criança pegou a figura e rotacionou-a. O outro não aceitou e voltou-a para a primeira posição. O colega não concordou e modificou-a novamente.

Neste momento iniciou-se a intervenção do professor.

PROFESSOR: *Por que você mudou a posição da figura?*

CRIANÇA: *Porque estava errada.*

PROFESSOR: *O que estava errado?*

CRIANÇA: *O jeito que ela colocou.*

Em seguida, o professor pegou alguns triângulos, posicionou-os de várias maneiras e perguntou quais daqueles estavam posicionados “corretamente”. Eles olharam, e uma das crianças timidamente respondeu: *TODAS ESTÃO CORRETAS!* O professor perguntou se todos concordavam, e eles disseram que sim. Assim, voltaram para o jogo e todos os alunos, a sua maneira, desenvolveram o que foi proposto na atividade com o Jogo Sudoku. O fato acima citado ocorreu nas duas turmas.

O jogo foi recebido como uma divertida brincadeira, e o trabalho colaborativo ficou evidenciado nas atitudes de alguns dos alunos.

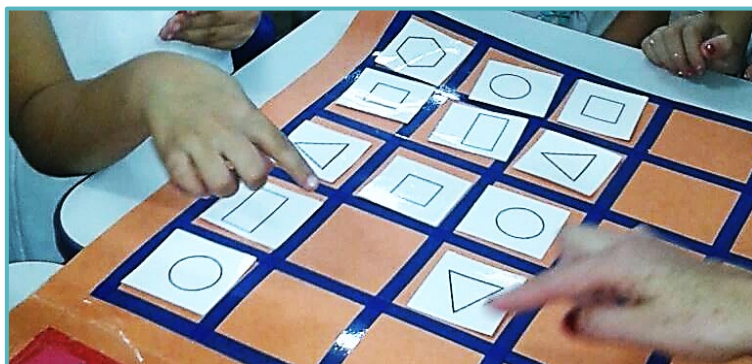


Durante a atividade as crianças interagiram, o que lhes possibilitou refletirem sobre qual figura ainda não havia sido disposta em determinada linha ou coluna (Figura 1). Foi possível evidenciar os efeitos positivos que o jogo de tabuleiro proporciona no desenvolvimento da aprendizagem das crianças.

O professor observou também que em uma das turmas os alunos tiveram dificuldades para entender os comandos e expressar oralmente seus pensamentos e respostas, ou seja, pensar de maneira sistematizada. Esses fatos evidenciam o reflexo da metodologia tradicional de ensino, na qual alguns alunos têm um papel de espectador e só agem mecanicamente. Ficou também evidente para o professor que, quanto mais pequenas são as crianças, mais receptivas à proposta. Eles receberam o jogo como uma brincadeira prazerosa, que permitiu mudança na rotina e interação entre os pares.

As crianças têm uma forma 'mágica' de enxergar o mundo, é preciso aproveitar essa qualidade e promover momentos lúdicos para auxiliá-los na aprendizagem de conceitos.

Figura 1: Momento de intervenção do professor (posição da figura).



Fonte: Arquivo da autora.

Na Figura 2, abaixo apresentada, as figuras deverão ser dispostas de forma lógica, sem repetir uma mesma figura na mesma linha e/ou na mesma coluna. O jogo ainda proporciona reflexões sobre a posição da figura no tabuleiro. Estas são possíveis questões para problematização:

Qual a posição do (triângulo/retângulo) no tabuleiro?

Se uma das peças for virada, ela muda de posição?

Qual a base de cada figura?



A problematização deve ser proposta de acordo com a faixa etária de cada turma, desde a Educação Infantil até os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Figura 2: Sudoku 3x3 com cartões com as figuras: triângulo, retângulo e círculo.



Fonte: Arquivo da autora.

A Figura 3, a seguir, apresenta um tabuleiro para sudoku de tamanho 4x4 e cartões com figuras geométricas caracterizadas.

Figura 3: tabuleiro 4x4 e cartões com figuras geométricas caracterizadas.



Fonte: Arquivo da autora.

Aqui o objetivo é desenvolvimento do raciocínio lógico na disposição dos cartões, sem que sejam repetidos em mesmas linhas e colunas.

Este relato nos permite, portanto, concluir que o material manipulativo possibilita desenvolver o conhecimento lógico das crianças, bem como o reconhecimento das formas geométricas.

Referências

LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 3-37. (Coleção Formação de Professores).

A MATEMÁTICA ESTÁ EM TUDO! ATÉ NA NUTRIÇÃO

Natália Cristina GERALDO
USP – ESALQ
nataliagera@gmail.com

Márcia Cristina Tognete ROCHA
Secretaria Municipal de Educação de Sumaré / Gepemai
marcinhatog@gmail.com

Introdução

Um dos problemas mais enfrentados na sala de aula, além da dificuldade de abstração do concreto ao abstrato, é fazer com que os alunos associem o conhecimento com seu uso no dia a dia. Este projeto contém o esforço de fazê-los perceber a matemática no cotidiano, mesmo no ato mais simples, como o da alimentação, o que gera interdisciplinaridade, como afirmam Gasperi e Pacheco (2011, p. 2).

[...] a organização da disciplina Matemática deve buscar a interdisciplinaridade e a contextualização para possibilitar ao aluno uma visão mais ampla sobre a matemática já que o ensino-aprendizagem da Matemática deve permitir ao indivíduo dar conta de gerir sua vida pessoal e profissional, tomar decisões, ter condições de enfrentar múltiplos e complexos desafios da vida contemporânea.

O ato de se alimentar inicialmente parece livre e despretensioso de qualquer saber. Entretanto, o projeto tem como objetivo expor aos alunos que o simples ato de se alimentar requer conhecimentos matemáticos, pois a matemática está em tudo e, dessa forma, também favorece a criação de hábitos saudáveis.

Partindo dos pressupostos de Malba Tahan (2001) em seu livro *O homem que calculava*, apresentado e discutido com as turmas do 2.º ano K e do 4.º ano J



da Escola Municipal Neusa de Souza Campos em Sumaré, SP, realizamos uma adaptação: introduzimos o conceito de nutrição; montamos uma pirâmide alimentar e oferecemos exemplos de pratos saudáveis; e problematizamos os preços dos produtos alimentícios, as operações monetárias, o uso da calculadora, a produção de receitas, gerando gráficos e tabelas, analisando pesos e medidas.

Descrição da atividade realizada

O primeiro momento do projeto foi com a leitura de alguns problemas do escritor Malba Tahan – tiramos do abstrato os problemas do abacaxi e dos camelos. Os alunos tiveram um momento para pensar em como resolvê-los. A atividade foi adaptada para as séries em questão, o que constituiu um momento rico, devido ao diálogo das turmas, a fim de resolver o problema.

O segundo momento foi a apresentação do tema nutrição com o curta-metragem *NutriAmigos*⁸. Cada vídeo assistido era discutido pelas turmas, definindo os conceitos de cada grupo de alimentos da pirâmide alimentar. Depois construímos uma pirâmide alimentar usando conceitos de porção, proporção e fração e aplicando-os na prática, com a atividade “Meu prato ideal”. A fração é uma das aprendizagens matemáticas mais difíceis de ser entendidas pelos alunos nos anos iniciais, em razão da forma como é ensinada na sala de aula – no abstrato. Por isso atividades concretas e práticas proporcionaram aos alunos entender um conceito até então impalpável. Vê-los fazer as trocas de alimentos pobres em valor nutricional por alimentos saudáveis foi um momento gratificante, pois ficou claro que eles entenderam bem a temática e seus desdobramentos.

Como nos afirma Aguiar (1980, p. 88),

[...] para que o conceito de fração exista psicologicamente, ou seja, quando é entendido pelas pessoas, necessariamente ocorre uma articulação entre as seguintes características:

- 1.^a a existência de um todo que necessariamente deve ser dividido em partes;
- 2.^a a exigência de determinação do número destas partes;
- 3.^a a divisão exaustiva deste todo;

⁸ Disponível em: <https://www.nutriamigos.com.br/>. Acesso em: dez. 2018.



- 4.^a o estabelecimento de relação entre o número de partes do todo (por exemplo, para se obter duas metades em retângulo basta um corte e três terços, portanto, uma relação de $n-1$, sendo n o número de partes que se quer obter);
- 5.^a as partes devem ser iguais entre si;
- 6.^a a necessidade de considerar a fração ao mesmo tempo como parte de um todo e como um todo em si mesma;
- 7.^a o reconhecimento de que a soma das frações é igual ao inteiro original.

O terceiro momento foi a atividade “Mercado na sala de aula”: os alunos alternaram-se como clientes e caixa e puderam desenvolver na prática os conceitos de peso, tipos de medida de produtos variados, operação monetária e uso da calculadora. Mesmo sendo uma atividade lúdica, o consumo consciente foi trabalhado, bem como as trocas, para – comprando o necessário – economizar dinheiro e sobrar para outros consumos e contas da família.

Os alunos tiveram a oportunidade de refletir sobre a economia doméstica e conceituá-la e passaram a ter outro olhar e outras falas a respeito do seu papel na sua família. Por meio dessa atividade que parece puramente matemática, conseguimos construir cidadãos críticos e participativos, como é o papel da educação escolar.

O mundo não é. O mundo está sendo. Como subjetividade curiosa, interferidora na objetividade com que dialeticamente me relaciono. Meu papel no mundo não é só o de quem constata o que ocorre, mas também o de quem intervém como sujeito de ocorrências. Não sou apenas objeto da História, mas seu sujeito igualmente. (FREIRE, 2008, p. 76-77)

O quarto momento foi a preparação de uma receita na sala de aula. Fizemos um bolo de chocolate, pois a principal dúvida dos alunos era sobre como fazer uma sobremesa gostosa e ao mesmo tempo saudável. Ao ver dos alunos, era impossível que um doce fosse saudável. Para desmitificar essa teoria e explicar que o que faz mal é a quantidade excessivamente ingerida, bem como as escolhas dos ingredientes., o bolo era uma opção que integraria essa questão.

A receita propunha trocas, como a da farinha de trigo tradicional pela aveia, que é excelente para o funcionamento intestinal; do açúcar refinado por um açúcar menos processado, como o mascavo; e do chocolate pelo cacau em pó – trocas simples podem garantir um índice nutricional mais benéfico. E o sabor



da nova receita comprovou a questão levantada de a sobremesa ser gostosa. Esse momento simples na nossa cozinha improvisada na sala de aula pontuou de forma prática o conceito de unidades de medidas.

O último momento, para finalizar o projeto e apresentar os dados obtidos na Mostra Científica, foi a construção de uma “problemoteca” (Figura 1) com as turmas. Uma homenagem a Malba Tahan. Foi construída uma caixa com vários problemas matemáticos com o tema trabalhado na sala de aula, envolvendo todos os conceitos matemáticos trabalhados durante o projeto.

Figura 1: Caixa da “problemoteca”.



A caixa era usada pelos alunos na maioria das aulas, nas quais eles se organizavam em grupos para jogar. Os problemas foram sendo mudados à medida que todos os alunos já tinham brincado com eles. Novos problemas, com maior dificuldade, eram criados, para sempre os instigar a aprender.

Fonte: Arquivo das autoras.

O trabalho foi de suma importância, pois desenvolveu o raciocínio lógico das crianças e suas habilidades, levando-as a conceberem a matemática como uma disciplina prazerosa, e propiciou a criação de vínculos positivos nas relações no ambiente escolar.

Referências

AGUIAR, Maria Cecília Antunes. **A formação dos conceitos de fração e proporcionalidade a partir da teoria piagetiana**. 1980. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/pcp/v3n2/07.pdf>. Acesso em: nov. 2018.

FREIRE, Paulo. **A pedagogia da autonomia**. Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

GASPERI, Wlata Nadiesca Huffner de; PACHECO, Edilson Roberto. **A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica**. 2011. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf>. Acesso em: nov. 2018.

UM NÚMERO MUITO IMPORTANTE “VINDO DOS OBJETOS REDONDOS”:

Pi (Π) – Um Número na Circunferência

Paulo César da PENHA
EMEB — Sônia B. P. A. Santos — Itatiba
paulocpenha@gmail.com

Introdução

Meu nome é Paulo César da Penha, sou professor de matemática na Escola Municipal de Educação Básica (EMEB) Profa. Sonia Rita Penteado Aguiar Santos, na cidade de Itatiba, interior de São Paulo.

No segundo semestre de 2017, meus alunos do 6.º ano e eu fomos convidados a participar da 14.ª Semana Nacional de Ciência e Tecnologia, no período de 23 a 29 de outubro, que tinha como tema geral “A Matemática está em tudo!”. Naquela ocasião participamos de algumas oficinas na Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, e quando meus alunos estavam já no 7.º ano, fomos desafiados a dar continuidade em sua segunda etapa, o que culminou com a grande exposição em 20 de abril de 2018, no saguão do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (Imecc) da Unicamp.

O desafio foi aceito por nós, professores, e tivemos o apoio da direção das escolas participantes. De modo particular, cito a profa. Maria Aparecida Vieira de Oliveira, diretora da EMEB “Profa. Sônia Rita Penteado de Aguiar Santos”, que nos abriu as portas da escola para que o grupo de professores de Itatiba pudesse se reunir. Recebemos também o apoio da Secretaria de Educação do município de Itatiba, por meio do secretário Anderson Wilker Sanfins, que se fez presente em uma de nossas reuniões com o Prof. Dr. Sérgio Lorenzato e possibilitou a estrutura logística de transporte dos nossos alunos e professores até Campinas.



Quando iniciou o ano letivo de 2018, foi o momento de informar aos alunos do desafio, e compromisso, que já havíamos firmado para eles. Participar de uma exposição na Unicamp era, para alguns, uma certa incógnita: não tinham muita noção de onde era. Numa reflexão futura, depois da exposição, o aluno Alexandre escreveu: *“Eu achei que o lugar era pequeno, mas é gigante. Onde ficamos era igual a uma universidade de cinema... Foi muito bom e um dos lugares que eu não vou esquecer tão cedo”* (informação verbal).

Para nos organizarmos, propus aos alunos pensarmos sobre alguns contextos em que a matemática está presente de forma mais evidente. Tais como:

- ▶ Matemática na natureza: que padrões encontramos nas frutas, nas flores, nos animais. Há padrões numéricos ou somente formas?
- ▶ Matemática na mídia: Que tipo de matemática vemos na televisão ou em jornais impressos?
- ▶ Conceitos da matemática: quanto vale e como surge o π (Pi).

A partir desses tópicos, os alunos se mobilizaram para a busca de informações. A descoberta de novos conhecimentos ou de novas informações matemáticas fez os alunos se movimentarem em pesquisas usando de fontes diversas, com destaque para fontes digitais.

Considerando a amplitude e a diversidade de informações trazidas pelos alunos, procuramos direcionar nossos trabalhos focalizando os números. Assim, construímos para a exposição quatro *banners*, versando sobre os temas: A matemática na mídia impressa; Número de ouro; A sequência de Fibonacci e **Encontrando o valor do Pi**.

Neste relato, apresento o movimento em sala de aula no estudo do número Pi.

Descrição da atividade realizada

Um dia antes de realizar a atividade, propus aos alunos que levassem para a aula algum objeto de formato circular. Apesar de não fazer parte da programação do currículo do 7.º ano, muitos alunos tinham a curiosidade de conhecer o famoso “número Pi”. Alguns alunos até buscaram na internet e encontraram vídeos sobre o tema. Mas explorar o surgimento desse número por meio da relação entre comprimento e diâmetro da circunferência traz para o aluno um sentido de conquista do algo novo.



Em sala de aula, a atividade de descoberta do número Pi iniciou-se retomando informações sobre os elementos de uma circunferência, tais como: corda, raio e diâmetro. Para procedermos às medições do comprimento e do diâmetro dos objetos circulares que foram levados pelos alunos, estes foram organizados em grupos, e cada grupo se encarregou de medir um ou dois objetos, conforme destacados a seguir:

- ▶ Tampa de panela;
- ▶ Tampa do cesto de lixo da classe;
- ▶ Cesto de lixo da classe;
- ▶ Cola bastão;
- ▶ Apontador;
- ▶ Pneu;
- ▶ Tampa de garrafa de água mineral.

Para medir o comprimento da circunferência do objeto, os alunos usaram um barbante que envolvia o seu contorno, e, depois de esticado, tomavam o comprimento do barbante, usando uma régua escolar ou uma trena, como mostram as Figuras 1, 2 e 3.

Figura 1: Alunas do 7º ano ‘A’ medindo o diâmetro de uma tampa.



Fonte: Arquivos do autor.



Figura 2: Alunos do 7.º ano A medindo o contorno do cesto de lixo.



Fonte: Arquivos do autor.

Figura 3: Alunos do 7.º ano A medindo o diâmetro de um pneu.

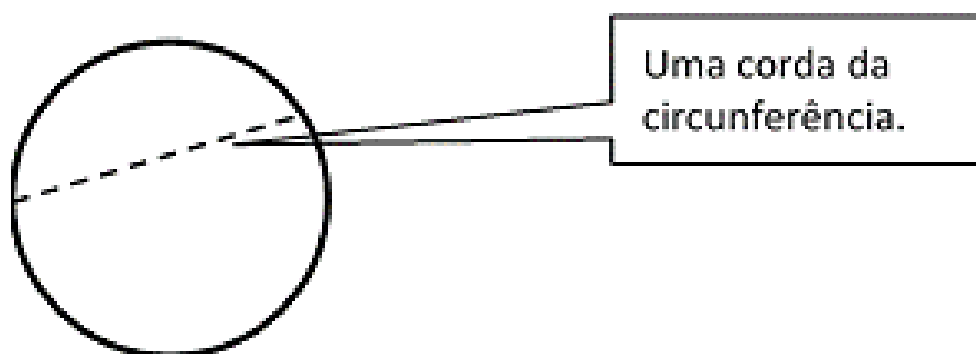


Fonte: Arquivos do autor.

Medir o diâmetro era um pouco mais complicado para os alunos, pois, muitas vezes, tomavam a medida de uma corda da circunferência em vez do diâmetro (Figura 4).



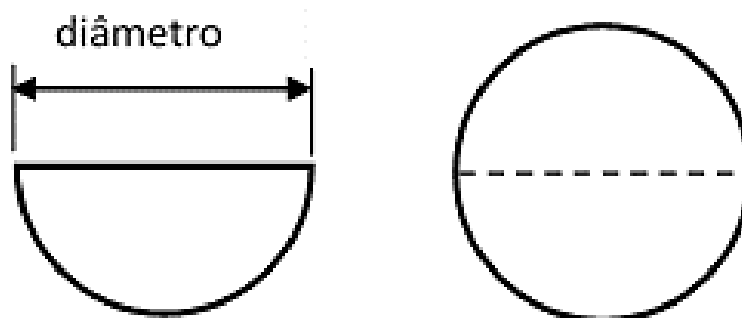
Figura 4: Exemplo de uma corda de circunferência.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para resolver essa dificuldade, propus que fizessem o contorno do objeto em uma folha, obtendo uma circunferência. Dobrando ao meio, obtemos uma semicircunferência, e a marca dessa dobra representa o diâmetro da circunferência, o que torna mais fácil para obter a sua medida (Figura 5).

Figura 5: Esquema do modelo para medir o diâmetro do objeto.



Fonte: Elaborado pelo autor.

De posse das duas medidas, construímos um quadro na lousa, no qual registramos o nome do objeto e suas respectivas medidas de comprimento e de diâmetro (Figura 6).



Figura 6: Quadro com os objetos e suas medidas de comprimento e diâmetro.

Objeto	Comprimento (C)	Diâmetro (D)
Tampa da parede	132,5 cm	41 cm
Tampa do cesto	144,5 cm	46,1 cm
Cesto de lixo	75,3 cm	23,4 cm
Tampa do lixo	77,4 cm	24,3 cm
/Cola bastão	9,3 cm	2,7 cm
Apontador	12,5 cm	3,8 cm
Pneu	19,0 cm	56 cm
Tampa da garrafa.	13,5 cm	4,3 cm

Fonte: Arquivos do autor.

Comentei com os alunos que deveríamos dividir a medida do comprimento pela medida do diâmetro e analisar os resultados, que foram registrados em uma quarta coluna, como revela a Figura 7:

Figura 7: Quadro com os objetos e suas medidas e o resultado da divisão entre as medidas de comprimento e diâmetro.

Objeto	Comprimento (C)	Diâmetro (D)	Relação: $\frac{C}{D}$
Tampa da parede	132,5 cm	41 cm	3,2317
Tampa do cesto	144,5 cm	46,1 cm	3,1345
Cesto de lixo	75,3 cm	23,4 cm	3,2179
Tampa do lixo	77,4 cm	24,3 cm	3,1852
/Cola bastão	9,3 cm	2,7 cm	3,4444
Apontador	12,5 cm	3,8 cm	3,2895
Pneu	19,0 cm	56 cm	3,3929
Tampa da garrafa.	13,5 cm	4,3 cm	3,1395

Fonte: Arquivos do autor.



Perguntei aos alunos o que havia de curioso nos resultados obtidos. A resposta óbvia foi que todos os valores são próximos de 3.

A partir do quadro, partimos para a sistematização e a apresentação do número π .

Comentei com os alunos que a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro é um número irracional⁹, representado pela letra grega π (Pi). Comentei que tal número possui um número infinito de casas decimais.

$$\pi = 3,141592654...$$

Quando comentei sobre esse número, surgiu a questão:

“Isso é válido para toda circunferência?” (informação verbal).

A essa pergunta a resposta foi sim. Entretanto, nova indagação foi imediatamente colocada: *“Por que nossos valores ficaram tão diferentes, apesar de estarem próximos de 3?”* (informação verbal).

Ficou claro para os alunos que a diferença nos valores se deve a imprecisões no momento de fazer as medições. Mas o importante é entendermos tal relação existente nas circunferências.

A aplicabilidade deste tema é outra curiosidade bastante recorrente nos alunos.

Propus a eles que me dissessem como fazer para descobrir a medida do diâmetro externo da caixa d’água da escola, que é cilíndrica, com aproximadamente sete metros de altura. Subir ao seu topo não seria indicado. Então comentei que a resposta poderia ser obtida por meio da relação entre comprimento da circunferência e seu diâmetro que acabamos de explorar, ou seja, se

$$C \div D = \pi, \text{ então } D = C \div \pi.$$

⁹ Não nos aprofundamos na discussão sobre números irracionais. Apenas, de maneira informal, mencionei ser um tipo de número que tem uma representação decimal infinita não periódica.



Outra situação proposta: Pretende-se cercar uma praça de formato circular cujo diâmetro é de 25 metros. Qual deverá ser o comprimento da tela de alambrado?

Daí partimos também da relação estudada e calculamos o comprimento do contorno da praça de formato circular.

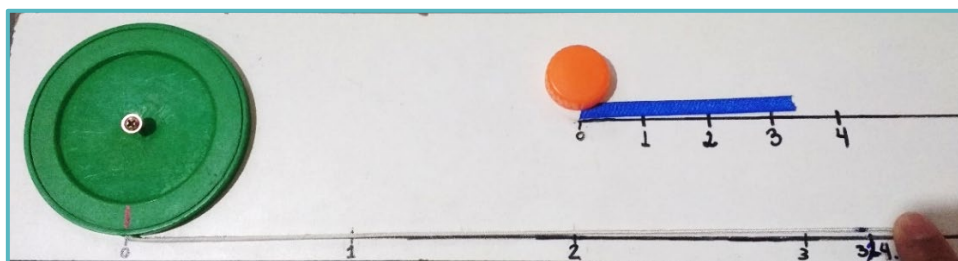
$$C \div D = \pi, \text{ então } C = D \cdot \pi.$$

Comentei que, se conhecermos o raio da circunferência, a fórmula fica:

$$C = 2 \cdot r \cdot \pi = 2\pi r.$$

Para expor o tema no dia 20 de abril de 2018, construímos um dispositivo para mostrar que o comprimento da circunferência é um “pouco mais” que o triplo do seu diâmetro. Tal dispositivo é composto por uma tampa plástica, fixada pelo centro a uma placa de madeira. Na placa de madeira, foi traçado um eixo cuja unidade de medida é o diâmetro do objeto circular. Ao envolver o barbante (ou a fita) no contorno da tampa e esticá-lo sobre o eixo, percebemos que o comprimento da circunferência do objeto é um pouco mais que o triplo de seu diâmetro (Figura 8).

Figura 8: Dispositivo para mostrar a relação entre as medidas de comprimento e diâmetro de uma circunferência.



Fonte: Arquivos do autor.



Considerações finais

A experiência de participar da mostra da SNCT foi um momento memorável para os alunos. A preparação dos trabalhos gerou grande expectativa e revelou ricos momentos de aprendizado.

Pode-se perceber que muito dos temas abordados transcendiam os conteúdos de que os alunos de 6.º e 7.º anos tinham domínio ou que já houvessem estudado. Porém isso não foi empecilho para a obtenção de novos conhecimentos matemáticos.

No caso da descoberta do π , por meio da relação entre comprimento e diâmetro da circunferência, os alunos do 7.º ano A se sentiram satisfeitos ao falar do assunto para os visitantes da feira. A aluna Laura assim se manifestou:

Minha impressão sobre o lugar foi sensacional, a experiência incrível. Me senti muito lisonjeada por ter participado de tudo aquilo. Quando eu estava apresentando, tinha certeza do que estava falando e as crianças se encantando pela matéria. Foi uma das melhores sensações. Eu realmente fiquei encantada por cada detalhe daquele lugar (informação verbal).

A aluna Thays expõe sua alegria, apontando que “foi muito ‘top’, pois nós, que fomos lá, tivemos nosso momento de ‘professor(a)’. Enfim, foi ótimo” (informação verbal). O encontro possibilitou também uma interação com alunos de outras cidades. Meus alunos deixaram o Encontro levando dentro de si ótimas impressões e grandes aprendizados, ao visitar os *banners* expostos por outras escolas, como revelou a aluna Larissa:

Minhas impressões e sentimentos ao participar da mostra da SNCT-Unicamp, foram uma grande mistura de fascínio, curiosidade e empolgação. Gostei muito de não só ensinar as experiências que vivi com meus colegas em sala de aula, mas sim aprender também as experiências que outras pessoas tinham a me oferecer. (informação verbal).

Para nós, professores, foi uma grande satisfação participar desse evento e ver os alunos falarem ou mostrarem seus feitos e aprendizados matemáticos. Mostra-nos que o conhecimento da matemática é possível para todos, respeitando-se o tempo e a forma como cada pessoa é capaz de apreender seus conceitos.

Enfim, devemos uma gratidão imensa ao professor doutor Sergio Lorenzato pelas suas orientações e disponibilidade quando da organização dos trabalhos e ao Prof. Ms. Rodrigo Serra, que se mostrou muito solícito ao intermediar nossas comunicações com o Gepemai.

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA:

Tecendo Fios do Ensinar e Aprender

Geometria Plana no Ensino Fundamental

Ricardo Benedito de OLIVEIRA
Gepemai
prof.ricardo.benedito@gmail.com

Carla Beatriz Inácio OLIVEIRA
IFSP – São Paulo
carlab.inacio@gmail.com

“Mudar o futuro depende de mudar a maneira como se pensa o presente”.
Herbert de Souza

Introdução

No *best-seller* internacional - *Homo Deus - uma breve história do amanhã*, o historiador Harari¹⁰ (2016, p. 11) nos faz uma provocação: “no despertar do terceiro milênio, a humanidade acorda [...] O que será que nos espera hoje?”. Difícil de responder, uma vez que outras questões centrais como a fome, as doenças, as guerras e o analfabetismo ainda permeiam a todos nós. Talvez uma interrogação relevante seja esta: Como o conhecimento está sendo trabalhado nesta contemporaneidade?

Com o atual processo evolutivo¹¹ e devido à velocidade espantosa das transformações tecnológicas, faz-se necessário ampliar o formato de ensinar e aprender, em movimentos ou ações que possibilitem criar metodologias

¹⁰ *Homo Deus: Uma breve história do amanhã* combina ciência, história e filosofia para entender o que somos e para onde pretendemos chegar a partir da evolução humana.

¹¹ Em *A grande história da Evolução – Na trilha dos nossos ancestrais*, Richard Dawkins (2009), autor de vários livros sobre ciência evolucionária, expõe, na peregrinação ao longo da árvore genealógica da vida, que a evolução é um fato.



inovadoras com resultados mais satisfatórios na proficiência da Matemática do que os amplamente divulgados das avaliações oficiais¹²

É preciso mudar. Estamos convencidos de que transformar seja necessário. Nossos horizontes foram expandidos, e a realidade caracterizada por mudanças impõe que a Educação e a Escola se renovem também. Assim, existe a obrigatoriedade de a sala de aula ser reconfigurada. Não se deve, entretanto, abandonar as aulas tradicionais, as listas de exercícios, as explicações teóricas conceituais, o giz e a lousa, o livro didático, mas executar uma nova dinâmica na abordagem dos conteúdos curriculares.

Ademais, a era digital não se restringe apenas ao uso de determinados equipamentos ou produtos. Na verdade, devemos readequar antigas práticas na construção do conhecimento matemático, buscando novas respostas aos desafios do que é ensinar. Cruz (2017, p.146) considera que a “matemática se torna uma disciplina prazerosa quando começa a fazer sentido para os alunos; quando deixa de ser uma série de atividades técnicas ou realizadas de forma automática”. Logo, teremos alunos mais interessados compartilhando saberes em ambientes que favoreçam o diálogo e o movimento do pensamento e das ideias.

Todo esse enredamento introdutório e nosso enfoque na tríade teoria, prática e experimentação foram importantes diretrizes por nós adotadas. É lógico que as disciplinas do Curso de Especialização na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)¹³, como também os estudos da obra *Didática da Matemática* (1965), de Malba Tahan,¹⁴ realizados nas reuniões do Gepemai¹⁵, e o Laboratório de Ensino de Matemática foram ícones de inspiração.

¹² Sistema de avaliação da Educação Básica (SAEB), Programa Internacional de Avaliação (PISA), Prova Brasil.

¹³ Disponível em: <https://ead2.sead.ufscar.br/>.

¹⁴ Júlio César de Mello e Souza (1895-1974), mais conhecido como Malba Tahan, foi um professor, educador, pedagogo, conferencista, matemático e um dos maiores divulgadores da matemática do Brasil. Disponível em: <https://www.malbatahan.com.br/grupo-de-estudos-gepemai/>.

¹⁵ Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais, integrado ao CEMPEM – Centro de Estudos, Memória e Pesquisa em Educação Matemática da Faculdade de Educação da Unicamp. Disponível em: <https://www.cempem.fe.unicamp.br/gepemai/sobre-nos>.



O caminho de ensinar geometria

A Matemática é uma ciência que tem por objetivo os números, as formas, as grandezas e as operações entre esses elementos, e, estando o mundo cada vez mais matematizado, o desafio da Escola está na construção de uma forma integradora e não se apoia somente no ensino de algoritmos e cálculos mecanizados, mas visa à compreensão efetiva de ferramentas científicas para uma leitura interpretativa do nosso planeta. E a geometria certamente é conteúdo fundamental e suporte a outras disciplinas. Lorenzato (1994, p. 15) nos alerta que é a mais “eficiente conexão didático pedagógica que a matemática possui pois ela interliga com a aritmética e com a álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos da outra”; assim sendo, conceito, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser classificados pela geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz.

O ensino da geometria, reconhecido pelos *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN) (BRASIL, 2018), não tem sido uma prática comum entre os docentes, segundo a literatura especializada. Muitas pesquisas vêm nos alertando sobre a importância de que este aprendizado seja iniciado desde os primeiros anos do Ensino Fundamental e seja aprofundado nas etapas seguintes da escolarização. O fato é que muitos são os estudos que têm buscado encontrar novos caminhos para ensinar matemática.

Paralelamente faz-se necessário registrarmos o papel fundamental do professor na ação do ensinar e do aprender geometria: deve ele explorar novos espaços que contribuam para ressignificar a aprendizagem discente. Desenvolver projetos que incentivem e estimulem o protagonismo dos alunos, como o Laboratório de Matemática, é uma hipótese que merece atenção.



O laboratório de matemática

Seguindo em direção ao horizonte do ensinar geometria, voltamos o olhar agora para a possibilidade de o Laboratório Ensino da Matemática (LEM) ser um modelo de prática metodológica, uma vez que os alunos podem deixar de somente memorizar conteúdos matemáticos e se aventurar nesse espaço em que suas vozes, ações e questionamentos irão dimensionar o conhecimento.

À luz dessa consideração e procurando compreender como ocorrem as aprendizagens dos alunos, Luckesi e Passos (1996, p. 15) enfatizam que adquirir conhecimento não é compreender a “realidade retendo informações, mas utilizando-se destes para desvendar o novo e avançar, porque quanto mais competente for o entendimento do mundo, mais satisfatória será a ação do sujeito que o detém”.

Para alguns professores pode ser ainda difícil admitir a unidirecionalidade da sala de aula para transmissão dos conteúdos matemáticos, porém o modelo do LEM incorpora expectativas no domínio adequado, na apropriação de técnicas e de métodos de ensino integradoras. Behar (2013, p. 28) complementa, dizendo que o desafio do professor está na “busca e reorganização das informações de modo que elas sejam transformadoras em conhecimentos com o intuito de serem aplicadas em diferentes situações”.

No mesmo sentido, sabemos que a sala de aula é vista como um espaço privilegiado para o conhecimento, mas novas questões vêm exigindo dos alunos o domínio de múltiplos saberes, e as fraquezas metodológicas tradicionais encaminham-nos à formulação de uma nova prática, que contribua e potencialize o desenvolvimento de novas competências.

Não há dúvidas de que o Laboratório de Matemática deva ser compreendido por alunos e docentes não como uma sala de aula específica para ensinar matemática, ou mesmo como um depósito de materiais didáticos, mas sim como um agente de transformação. Benini (2006) e Lorenzato (2006)



pontuam, a propósito, que ele é um local institucionalizado e não pode ser considerado como um espaço complementar, haja vista pertencer ao contexto escolar e ser fundamental para o desenvolvimento de ações pedagógicas.

Resumindo, o LEM é forte aliado para modificar o cenário deficitário do ensinar matemática. Copetti (2015), Gomes e Aguiar (2014), Manosso (2013), Rodrigues e Gazire (2015) e Turrioni (2004), dentre outros estudos, evidenciam resultados positivos e animadores na aprendizagem, e algumas pesquisas direcionam para o ensino da geometria.

É importante ainda destacar o que indica Abrahão (2012): em aulas tradicionais, a aprendizagem dos alunos, direcionada à aplicabilidade de fórmulas sem contextualização e vazias de significado, contribui para que alguns conceitos geométricos não sejam construídos corretamente. Considerando os aspectos até aqui pontuados por nós, aplicamos este projeto com o objetivo principal de trabalhar alguns polígonos regulares por meio do experimento ladrilhamento no plano. Ademais, objetivamos reconhecimento e classificação dos polígonos regulares; construção dos polígonos regulares por meio de moldes; importância da contextualização no ensino; desenvolvimento do raciocínio visual; aspectos combinatórios na geometria.

Executando a ação

A experiência se desenvolveu em vários momentos. Descrevemos a cronologia das etapas: o antes do projeto, uma caminhada árdua, pois, afinal, selecionar o tema da geometria, seja para executá-lo experimentalmente ou na sala de aula, é sempre um desafio. Tivemos coragem para empregar essa postura no Laboratório de Matemática, onde os alunos assumiram a postura de protagonistas e transformaram as aulas em experiências significativas.

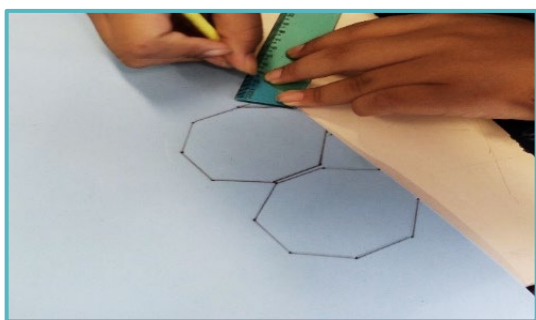
Ao todo foram quatro etapas. A primeira no dia 10/04, com objetivo informativo; e, para surpresa nossa, houve adesão de todos os alunos – eles gostam de fazer ciências e tudo que seja oposto às aulas normais. A seguir



abordamos o conteúdo conceitual dos polígonos, os tipos e as características individuais, priorizando o triângulo, o quadrado, o pentágono, o hexágono, o octógono e o dodecágono.

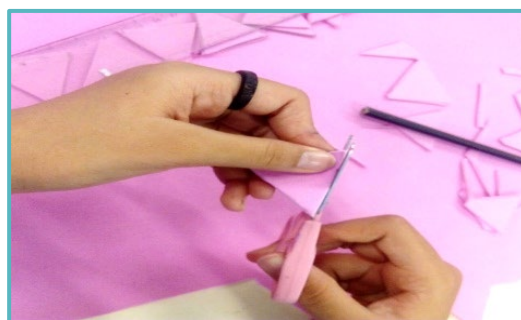
A segunda atividade, em 13/04, foi ainda mais receptível. Nossos sujeitos, alunos de duas turmas do 7.º ano, foram divididos em dez grupos. Utilizando papel cartão de várias cores, a proposta nessa etapa era construir os seis polígonos acima descritos, todos com a mesma medida de aresta, empregando instrumentos como a régua e o esquadro. Nas Figuras 1 e 2 podemos observar a aplicabilidade que exigiu de nós maior aproximação com os grupos, pois vários alunos apresentaram dificuldades em utilizar a régua e o esquadro nas construções dos polígonos.

Figura 1: Construção do octógono.



Fonte: Arquivo dos autores.

Figura 2: Construção do triângulo.



Fonte: Arquivo dos autores.

Na terceira etapa, os alunos deram início às construções dos ladrilhamentos. Ficaram perceptíveis as várias discussões e os embates nos grupos. Aqui transcrevemos algumas delas: *“é impossível utilizarmos todos os polígonos ao mesmo tempo sobra espaço entre eles”* (7.ºA); *“já vi ladrilhamento nas ruas, mas sempre com quadrados ou triângulos”* (7.ºA); *“para!!! a bola de futebol é composta por pentágonos”* (7.ºB); e a fala que nos chamou a atenção: *“vejam, vocês nunca observaram o ladrilhamento da Bandeira Nacional - um retângulo, um losango e uma circunferência, naquela época já utilizavam geometria para construir”*. Concluída esta etapa, percebemos os polígonos mais utilizados nas construções, as sequências construídas, as combinações geométricas e a percepção visual nos trabalhos.

No último momento, em 18/04, todos os participantes puderam apresentar e socializar suas obras, fundamentando a escolha do(s) polígono(s) na criação, e as dificuldades da experiência.

Resultados da ação

Nesta seção faremos uma síntese dos dados obtidos, seguida da análise apoiada no modelo de ensino e de aprendizagem da geometria desenvolvida por Van Hiele (1986, 1991). Esse modelo propõe uma progressão composta por cinco níveis de compreensão do desenvolvimento. Ela evolui desde as formas iniciais – visualização – até a última, o rigor. Outros autores descrevem com maiores detalhes esse modelo, e citamos Frade (2012), Manoel (2014) e Oliveira (2012) – todos eles detalham as etapas para exploração desse referencial.

Oliveira (2016) considera em seus estudos que as crianças em uma sala de aula pensam diferentemente umas das outras, e ainda cada uma delas pode estar em um nível diferenciado na compreensão do pensamento geométrico. Contudo, o formato do trabalho LEM aqui desenvolvido em grupos foi importante para complementar a abordagem teórica. Ademais, completa e esclarece que não é a idade o fator primordial para um aluno ultrapassar os níveis, pois essa conquista é reflexo dos conteúdos abordados e da metodologia aplicada. A seguir ilustramos duas construções de cada uma das turmas (Figuras 3, 4, 5 e 6).

Figura 3: Construção I – 7º A.

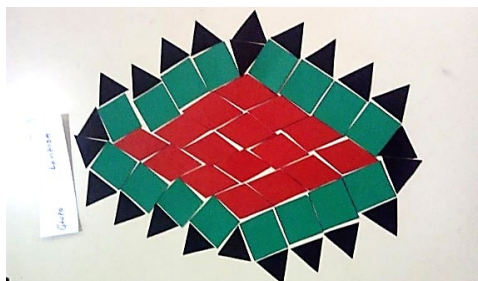


Figura 4: Construção II – 7º A.

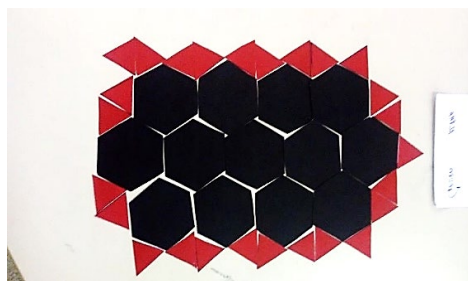




Figura 5: Construção IV – 7º B.

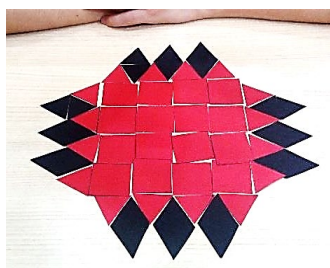
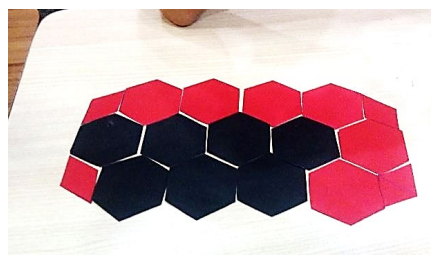


Figura 6: Construção V – 7º B.



Fontes: Arquivo dos autores.

Os trabalhos do 7.º ano A nos permitem aqui pontuar que nas construções dos ladrilhamentos os alunos estão relacionando o primeiro estágio da Teoria de Van Hiele, haja vista que eles perceberam os polígonos e seus elementos pela diferenciação de sua forma, e não pelas propriedades.

Na Figura 3 os alunos utilizaram no ladrilhamento o quadrado e o triângulo, cujo formato visual final aproxima-se do de um losango. Para a construção seguinte (Figura 4) os polígonos utilizados foram o hexágono e o triângulo, mas, diferentemente da anterior, não houve uma simetria, e existem irregularidades, se olharmos atentamente a posição de cada um dos triângulos na construção. Sintetizando, os alunos do 7.º ano A não traçaram ideias sobre as características individuais dos polígonos utilizados na experimentação e não conseguiram passar para o segundo nível de visualização.

Por último, nos trabalhos do 7.º ano B ficou evidente que em alguns grupos os alunos atingiram os níveis 1 e 2 do nosso referencial adotado. Na Figura 5 a equipe não somente soube muito bem formar o ladrilhamento pelo reconhecimento visual, mas suas discussões demonstraram já haverem ultrapassado o primeiro nível.

Entretanto, nenhum dos grupos construiu ladrilhamento com o polígono dodecaedro, e não visualizaram maiores combinações.

Não podemos deixar de esclarecer a importância do projeto e sua continuidade com outras experiências, por contribuírem para um entendimento



mais significativo. Alguns alunos realizaram as primeiras generalizações, mas não devemos esquecer que o público da pesquisa está acostumado a trabalhar geometria a partir de cálculos, emprego de fórmulas e resolução de problemas. Logo, eles necessitam de estímulos para “saírem da gaiola”, pois para isso têm que ter coragem para voar, uma vez que o conhecimento não está entre portas trancadas, como nos ensina D’Ambrosio.

Considerações finais

Embora a escola se mantenha estática ou num movimento lento, o que, de certa forma, promove um distanciamento na produção de conhecimento, a utilização de recursos inovadores como o Laboratório Ensino da Matemática indica-nos nova possibilidade de potencializar a dinâmica na produção de conhecimento matemático.

Concordamos com Lorenzato (1994), que nos esclarece que mudanças na forma de ensinar geometria, seja por meio de jogos, pelas TIC ou mesmo pela experimentação, contribuem de forma significativa para o desenvolvimento do raciocínio visual e geométrico dos estudantes.

Os dados colhidos, aqui apresentados, possibilitam-nos identificar a precariedade de conhecimentos básicos de geometria, pois, apesar de nossos sujeitos estarem na fase final do Ensino Fundamental II, terão dificuldades no Ensino Médio, quando os conteúdos geométricos forem aprofundados. O conteúdo de geometria trabalhado em sala de aula tem sido muito mecanizado, há excessos no emprego de fórmulas e na resolução de problemas no formato algébrico. Essa realidade não contribui para desenvolver o pensamento geométrico.

É preciso refletir sobre os resultados aqui descritos e, enquanto formador, redimensionar a prática docente, uma vez que o ensino da geometria na sala de aula não pode continuar sendo tratado como um horizonte inacabado, sem contextualização. Importa proporcionar aos estudantes a (re)contextualização desse saber para níveis mais complexos.



Não pretendemos delinear um diagnóstico, mas esboçar a possibilidade de este conteúdo recuperar seu prestígio no ambiente escolar. Nosso estudo não se esgota aqui, há muito a ser explorado, e esperamos que a experiência aqui descrita possibilite novas respostas aos desafios de ensinar geometria atualmente.

Referências

ABRAHÃO, Ana Maria Carneiro. Perímetro ou área? **Educação Matemática em Revista**, Sociedade Brasileira Educação Matemática – SBEM, Rio de Janeiro – RJ, ano 16, n. 35, p. 52-58, 2012.

BEHAR, Patrícia Alejandra. Competências: conceitos, elementos e recursos de suporte, mobilização e evolução, *In*: BEHAR, Patrícia Alejandra. **Competências em Ensino a Distância**. Porto Alegre – RS, Editora Penso, 2013.

BENINI, Marli Balzan. **Laboratório de Ensino de Matemática e Laboratório Ensino de Ciências uma comparação**, Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, 2006.

COPETTI, Érica Alice. **Laboratório de Prática de Ensino e Aprendizagem em Matemática: o olhar do docente formador** (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS, 2015.

CRUZ, Vanessa Alves. A jornada de Matemática e suas contribuições para a formação docente e o desenvolvimento dos alunos na prática do cálculo mental. *In*: CARDOSO, Virginia Cardia; GOMES, Vivili Maria Silva. **Retratos da experiência sobre o ensinar e aprender Matemática**. São Carlos – SP, Pedro & João Editores, 2017.

DAWKINS, Richard. **A grande história da evolução** – na trilha dos nossos ancestrais. Tradução de Laura Teixeira Motta. São Paulo – SP, Editora Companhia das Letras, 2009.

FRADE, Renato. **Composição e/ou decomposição de figuras planas no ensino médio: Van Hiele uma opção**. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte – MG, 2012.

GOMES, Maria Cristina Gonçalves; AGUIAR, Deocliza Souza. Utilização do laboratório de Matemática nas aulas de geometria como facilitador da aprendizagem. *In*: JORNADA INICIAÇÃO CIENTÍFICA E EXTENSÃO, 2014, Instituto Federal do Tocantins, Palmas – TO.

HARARI, Yuval Noach. **Homo Deus, uma breve história do amanhã**. Tradução de Paulo Geiger. São Paulo – SP, Editora Companhia das Letras, 2016.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista** – SBEM, Blumenau – SC, n. 2, 1994.

LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de Matemática na formação de professores**. Campinas - SP: Autores Associados, 2006.



LUCKESI, Cipriano Carlos; PASSOS, Elizete Silva. **Introdução à filosofia: aprendendo a pensar**, São Paulo – SP, Editora Cortez, 1996.

MANOEL, Wagner Aguilera. **A importância do ensino de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: razões apresentadas nas pesquisas brasileiras**, Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, Campinas -SP, 2014.

MANOSSO, Marcia Viviane Barbeta. O laboratório de ensino de matemática: algumas experiências no Ensino Médio. *In: CADERNOS PDE. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor*. Curitiba – PR, Governo do Estado do Paraná, 2013.

OLIVEIRA, Mariangela Castro e. **Ressignificando a geometria plana no ensino médio com auxílio de Van Hiele**. Belo Horizonte, MG: Pontifícia Universidade Católica Minas Gerais, 2012.

OLIVEIRA, Ricardo Benedito. **Conhecimento geométrico de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo a partir do Observatório da Educação**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do ABC, Santo André – SP, 2016.

RODRIGUES, Fredy Coelho; GAZIRE, Eliane Scheid. Os diferentes tipos de abordagem de um laboratório de matemática e suas contribuições para a formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, SC, v. 10, n. 1, p. 114-131, 2015.

TAHAN, Malba. **Didática da Matemática**. 2. ed., São Paulo SP, Editora Saraiva, 1965.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O laboratório de Educação Matemática na formação inicial de professores**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista – Unesp, Rio Claro – SP, 2004.

VAN HIELE, Pierre Marie. **Structure and Insight: A theory of mathematics education**. Orlando, FL; Londres, Inglaterra, 1986.

VAN HIELE, Pierre Marie. **El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares em el aprendizaje de la geometria)**. 1957. Tese Doctoral in Matemáticas y Ciencias Naturales Universidade de Utrecht. Traducción al español para el proyecto de investigación Gutiérrez y otros, Utrecht – Países Baixos, 1991.

QUAL É A IDADE DOS FILHOS?

Uma Atividade de Leitura, Interpretação e Raciocínio Lógico-Matemático

Rodrigo Donizete SERRA
PPGE FE - Unicamp / Gepemai
rod.matematica@gmail.com

Introdução

Esta atividade foi apresentada em um dos momentos matemáticos do grupo Gepemai. Como integrante do grupo há cinco anos, considero este um dos momentos mais ricos do encontro, seja pelos conteúdos e temas abordados, seja pelas discussões e encaminhamentos metodológicos que surgiram a partir das situações-problema.

A prática pedagógica sem a fundamentação e a discussão teórica pode ficar comprometida e condenada a um eterno repetir de procedimentos, colaborando para um mal-estar docente e desajustando o centro de interesse dos sujeitos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem. Entretanto, há uma relação mutualística entre prática e fundamentação teórica, pois a segunda, por si só, também não garante que ocorra sucesso no processo de ensino e aumenta a lacuna entre comunidade acadêmica e de prática.

Espaços como este do Gepemai – um grupo de pesquisa e colaborativo – muito têm contribuído para discussões, novas metodologias, reflexão do professor sobre sua prática e, de certa maneira, tem colaborado para ampliar o Conhecimento Matemático para o Ensino (CME), à medida que o professor investiga, discute e socializa suas percepções e sua compreensão acerca de um tema, potencializando seus recursos didáticos por meio das significações e ressignificações dos paradigmas de ensino que utiliza.

A atividade a seguir contém um diálogo fictício entre duas pessoas, em que todas as informações são importantes, e a construção do raciocínio lógico,



interpretativo e matemático vai se constituindo à medida que se processam e se transcrevem as informações da situação-problema.

A questão foi-me apresentada por grande amigo, em uma viagem de São Paulo a Casa Branca e, segundo ele, trata-se de um problema que figura em contos árabes antigos.

Atividade proposta

Qual é a idade dos filhos?
Duas pessoas estavam conversando:
P1: Tenho 3 filhos e o produto das idades é 36.
P2: Nossa, que bacana, mas não sei as idades!!
P1: A soma das idades é o número daquela casa logo ali em frente!
P2: Ainda não sei!
P1: O mais velho toca piano!
P2: Agora eu sei!!!

Perguntas:

Qual é a idade dos filhos? E o número da casa em frente?

Ao apresentar essa questão para diversos alunos de Ensino Médio, da Educação Básica, na cidade Campinas-SP, surgiram muitas questões e posicionamentos importantes.

Logo ao apresentar a questão, expliquei que todas as informações são fundamentais para resolver o problema – destaco aqui, também, a importância da investigação e da aprendizagem baseadas em problemas, pois, ao investigar, os alunos certamente aprenderão algo novo.

O que causa muita ‘estranheza’ é o fato de “o mais velho tocar piano” (penúltima fala).

Começam a procurar na internet a idade que pode ter uma pessoa para tocar piano! Nesse momento, atuo como mediador e informo que a fala poderia



ser “o mais velho chupa laranja” ou “anda de bicicleta”, e a maioria dos alunos começa a focar no filho mais velho.

Muitas vezes passo a questão em uma aula e deixo os alunos pesquisarem, refletirem, pensarem em caminhos para a resolução, o que gera apreensão, pois nossos alunos, em sua maioria nativos digitais, são muito imediatistas! Um bom momento para treinar paciência e reflexão sobre situações-problema.

Deixo cerca de uma semana e, na maioria das vezes, a família também é envolvida, incluindo tios, avós – o que destaco ser importante, pois forma-se uma rede de investigações e reflexão sobre um tema apresentado na escola.

Até a escrita desta atividade, a solução desse problema não estava em redes sociais ou na internet. Entretanto essa divulgação será inevitável no futuro e, para evitar a perda da beleza desse exercício, a sugestão é que seja dado em um ambiente em que os recursos tecnológicos não estejam disponíveis para consulta ou que se trabalhe com a conscientização sobre o desafio e também se peça para socializar a explicação!

Como caminho para a solução, sugiro que analisem as informações contidas no diálogo e expressem os produtos que resultam em 36 e suas somas:

MULTIPLICAÇÃO	SOMA
$1 \cdot 3 \cdot 12 = 36$	soma = 16
$9 \cdot 4 \cdot 1 = 36$	soma = 14
$36 \cdot 1 \cdot 1 = 36$	soma = 38
$6 \cdot 6 \cdot 1 = 36$	soma = 13
$4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$	soma = 10
$18 \cdot 2 \cdot 1 = 36$	soma = 21
$9 \cdot 2 \cdot 2 = 36$	soma = 13
$3 \cdot 6 \cdot 2 = 36$	soma = 11

Ao realizar essa escrita, percebe-se que não há muitos números inteiros em que o produto resulta em 36.



E, ao realizarem a soma, muitos notam que há duas somas iguais a 13 e que, por esse motivo, quando a pessoa 1 diz: “a soma das idades é o número da casa em frente”, a pessoa 2 responde: “Eu ainda não sei”, pois ela olhou e viu o 13. Se tivesse visto qualquer outro número, saberia.

E, quando a pessoa 1 diz: “o mais velho toca piano”, consegue decidir entre 9, 2, 2 e 6, 6, 1, pois no primeiro caso só um é o mais velho!

Portanto, a idade dos filhos é 9, 2 e 2, e o número da casa em frente é 13.

Considerações

Essa atividade torna-se interessante para trabalhar questões de leitura e interpretação, fatoração, adição e o uso da criatividade, para refletir se é possível resolver o mesmo problema, mas com dados diferentes.

Os caminhos possíveis para a resolução são: escrever os produtos que resultam em 36; fazer a soma desses números; questionar o porquê, quando diz que “a soma das idades é o número da casa em frente”, e a resposta é “ainda não sei”; por que ele olha para o número, vê e, mesmo assim, não consegue perceber; e por que se diz “o mais velho” (singular) e não “os mais velhos”. Estas são, portanto, algumas possibilidades de leitura e interpretação desse problema.

Muitas outras tentativas de resolução ou questionamento podem não chegar à solução final, mas o custo reflexivo pode proporcionar uma ampliação da forma de pensar e (re)significar conceitos e conteúdos que o sujeito aprendente já traz.

Considero esta atividade muito importante para trabalhar leitura, interpretação e raciocínio lógico-matemático; potencializar a socialização, a interação dos pares aluno-aluno e aluno-professor por meio das discussões e a socialização de possíveis caminhos; e também propiciar o envolvimento da família, colaborando para ajustes de centros de interesse escola-comunidade e fortalecendo a função social da escola.

A CENTOPEIA E SEUS PROBLEMAS

Rosana Prado BIANI

Prefeitura Municipal de Paulínia / Gepemai

rosanabiani@gmail.com

Sou professora dos anos iniciais desde 2003 em uma rede pública municipal de ensino. Em 2014 tive uma classe de 2.º ano e desenvolvi com ela o “Projeto Centopeia”.

O objetivo era trabalhar com o conteúdo de resolução de problemas, mas dentro de um contexto que se entrelaçasse com outros conteúdos matemáticos – e também de outras disciplinas – e com alguma ludicidade.

A contextualização inicial se deu por meio da história *As centopeias e seus sapatinhos* (CAMARGO, 2104), que conta a história de Dona Centopeia e sua filha, que foram à loja comprar sapatos e foram atendidas por Dona Joaninha.

Contei a história. Apresentei-a na lousa digital e exploramos, oralmente, aspectos variados, como gênero textual, espaço, tempo, personagens, enredo, vocabulário, atitudes das personagens.

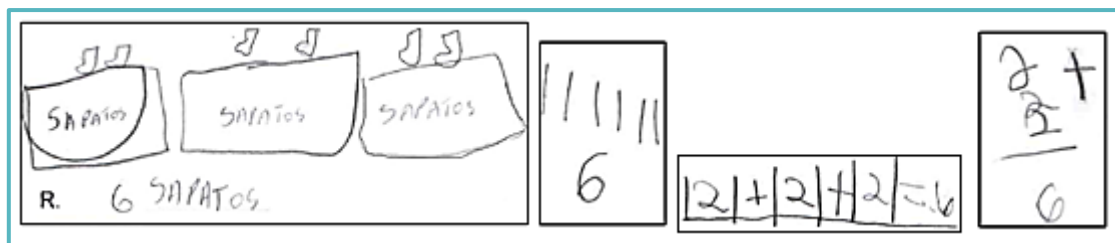
Discutimos também alguns elementos matemáticos: quantidade de pés da Centopeia e da Joaninha, estimativa da quantidade de vezes que a Joaninha subiu e desceu a escada para buscar as caixas de sapatos, quantidade de sapatos e de pares de sapatos, dentre outros. Depois os alunos fizeram a ilustração da história, observando a sequência em que os fatos aconteceram.

Na atividade “Formando centopeias”, utilizamos os próprios alunos para propor problemas: 1) formar uma “centopeia” com três alunos e contar: quantos sapatos e quantos pares de sapatos serão ao todo? (fizemos também com 5, 9, 10, 12 e com todos os 22 alunos). Foram feitos com desenhos os registros que representavam as soluções. Depois, em discussão coletiva, foram sendo encontradas outras formas de registrar as soluções. Por fim, foi proposto o



seguinte problema: Se uma caixa tem 2 sapatos, quantos sapatos terão 3 caixas?
A Figura 1 traz soluções propostas por diferentes alunos.

Figura 1: Diferentes estratégias de solução utilizadas pelos alunos.



Fonte: Arquivo da autora.

Nas soluções apresentadas, é possível observar diferentes estratégias de solução. Todas elas foram socializadas, pois é importante que os alunos entendam que não existe apenas uma maneira de resolver um problema. É preciso permitir aos alunos – em diferentes níveis de aprendizagem – que resolvam por meio da estratégia que mais tenha sentido para eles no momento.

Durante a socialização surgiram as questões: O que é um problema? Um problema pode ter apenas uma solução? A conclusão a que chegaram foi: “Um problema é uma situação que a gente precisa resolver, mas para resolver tem que pensar como fazer e tem jeitos diferentes de resolver”.

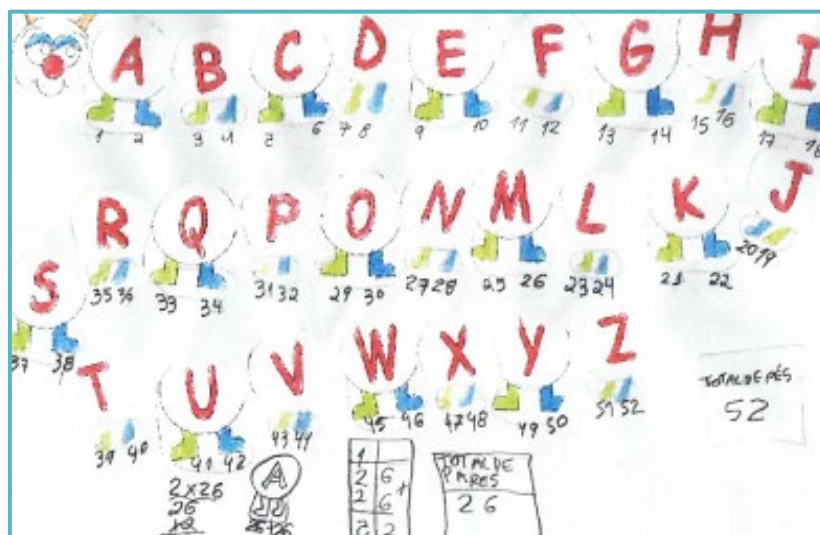
A atividade seguinte foi “A centopeia das letras”, cujo objetivo era trabalhar números pares e ímpares. Os alunos receberam um impresso (Figura 2) com a centopeia das letras. Deveriam pintar cada letra de vermelho, um pé de verde e outro de azul (nessa ordem); recortar e montar a centopeia em ordem alfabética; completar os pés que faltavam; contar e registrar a quantidade de pés e de sapatos; circular cada par de sapatos; contar e registrar a quantidade de pares, de pés e de sapatos.

Depois, observando e analisando o trabalho, responderam às questões: em quais algarismos terminam os números no final dos pés verdes?, Em quais algarismos terminam os números no final dos pés azuis?, Um sapato faz par?, E



dois sapatos? E três? E quatro? (e assim por diante). Escreva todos os números pares que aparecem na centopeia das letras. Quando um número não é par, como ele é chamado? Escreva todos os números ímpares que aparecem na centopeia das letras.

Figura 2: Centopeia das letras.



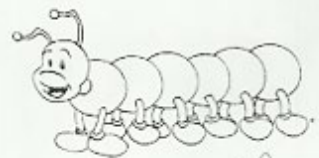
Fonte: Arquivo da autora.

O segundo texto utilizado foi a música infantil “A centopeia”, que também fala de uma centopeia que saiu para comprar muitos sapatos coloridos. Cantamos, fizemos a compreensão oral, a comparação entre os gêneros dos textos lidos e a ilustração.

Depois fizemos uma atividade com sequências numéricas, seguindo o passo a passo: 1) desenhar você com seus sapatos; 2) desenhar sua família com os sapatos; 3) pintar os sapatos da centopeia de acordo com as cores na música; 4) desenhar os sapatos nos pés da centopeia; 5) completar as sequências dos números contados de um em um e de dois em dois; em todos eles identificar e registrar a quantidade de sapatos e a quantidade de pares de sapatos. A Figura 3 ilustra esta atividade.



Figura 3: Sapatos e pares de sapatos.

DESENHAR VOCÊ COM OS SEUS SAPATOS  QUANTOS SAPATOS SÃO? <u>2</u> QUANTOS PARES DE SAPATOS SÃO? <u>1</u>	DESENHAR VOCÊ E SUA FAMÍLIA COM OS SAPATOS  QUANTOS SAPATOS SÃO? <u>10</u> QUANTOS PARES DE SAPATOS SÃO? <u>5</u>	PINTAR A CENTOPEIA E SEUS SAPATOS  QUANTOS SAPATOS SÃO? <u>42</u> QUANTOS PARES DE SAPATOS SÃO? <u>6</u>
DESENHAR OS SAPATINHOS NOS PÉS DELA  QUANTOS SAPATOS SÃO? <u>16</u> QUANTOS PARES DE SAPATOS SÃO? <u>8</u>		
COMPLETE A SEQUÊNCIA DOS NUMEROS 1 - OS SAPATOS CONTADOS DE UM EM UM. <u>1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16</u> 2 - OS SAPATOS CONTADOS EM PARES (DE DOIS EM DOIS) <u>2-4-6-8-10-12-14-16</u>		

Fonte: Arquivo da autora.

Na sequência, retomamos a história *A centopeia e seus sapatinhos*, para problematizá-la matematicamente a partir da observação da imagem de uma cena: onde estão os sapatos? Quantos sapatos tem dentro da caixa? Por quê? Quantas patas a Joaninha tem? Quantas patas a Centopeinha tem? Qual delas tem mais patas? Quantas patas a mais? Quantas caixas de sapatos têm na cena? Quantos sapatos têm dentro de cada caixa? O que tem mais? Sapatos ou caixas? A Centopeinha pediu sapatos número 33, mas ficaram apertados, e ela pediu que a Joaninha trouxesse um número maior. Qual número a Joaninha teria que trazer? Qual o número de sapatos que você calça? Este número é maior ou menor do que o que a Centopeinha calça?

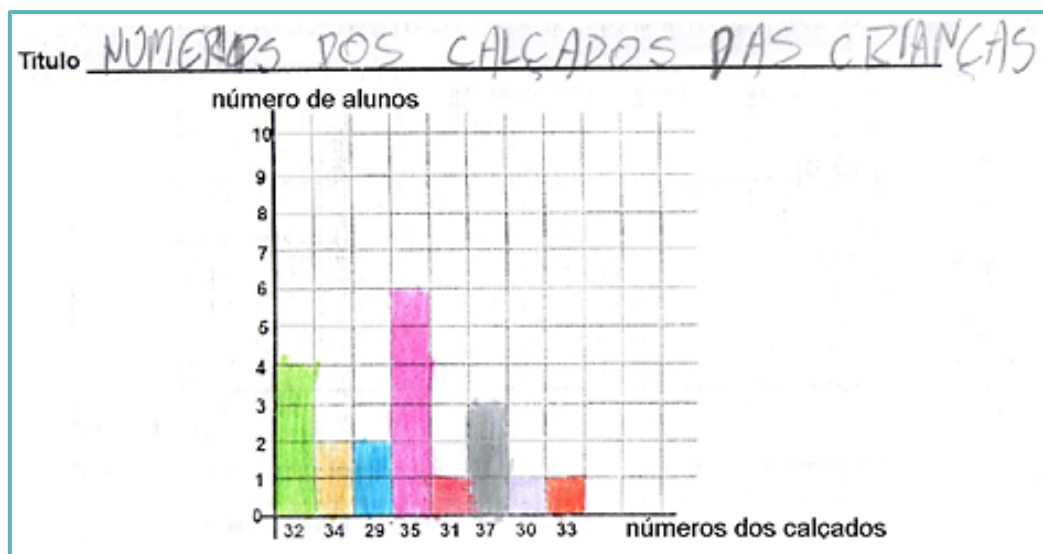
Cada um disse o tamanho do sapato que calçava. Registramos os dados em forma de tabela (Figura 4) e analisamos: Qual número aparece mais? Qual número aparece menos? Qual o total de alunos representados na tabela?

**Figura 4:** Tabela dos tamanhos dos sapatos.

OS TAMANHOS DOS NOSSOS SAPATOS			
32 – 4 alunos	29 – 2 alunos	31 – 1 aluno	30 – 1 aluno
34 – 2 alunos	35 – 6 alunos	37 – 3 alunos	33 – 1 aluno

Fonte: Elaborado pela autora.

Depois pedi que usassem as informações da tabela para preencher um gráfico de colunas (Figura 5). Além disso, deveriam dar um título para o gráfico, analisá-lo e responder: Qual número ficou em 1.º lugar? Quais números estão empatados com um? Quais números estão empatados com 2? Qual é o número que ficou em 2.º lugar? Qual número ficou em 3.º lugar?

Figura 5: Gráfico dos números dos calçados dos alunos.

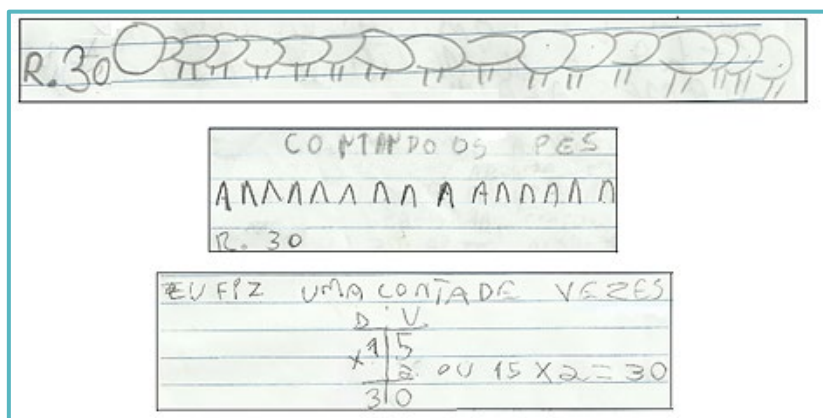
Fonte: Arquivo da autora.

Com o terceiro texto, estudamos uma centopeia “de verdade”: seu nome científico, sua classificação no reino animal, seus hábitos, as regiões em que habita, suas características físicas. Após o estudo foi produzido um texto coletivo, do gênero informativo, sobre a centopeia.



Depois os alunos foram desafiados a elaborar, coletivamente, um problema usando os dados do texto “Uma centopeia de verdade”. Todas as hipóteses giraram em torno dos dois numerais que apareceram no texto: 15 e 190 – o número mínimo e o número máximo de patas de uma centopeia. E o problema foi: Se uma centopeia tem 15 pares de pernas, quantas pernas ela tem?

Figura 6: Os pares de pernas da centopeia.



Fonte: Arquivo da autora.

Podemos observar, na Figura 6, que alguns alunos ainda recorreram ao pictográfico ou a alguma representação visual para encontrar a solução, enquanto outros utilizaram a operação da multiplicação (como soma de parcelas iguais) e seu algoritmo.

Para Smole e Diniz (2001, p. 152), “dar oportunidade para que os alunos formulem problemas é uma forma de levá-los a escrever e perceber o que é importante na elaboração e na resolução de uma dada situação [...]”. Essa não é uma tarefa simples para os alunos. Por isso é fundamental que o professor planeje esses momentos de criação. “Nesse processo, as intervenções realizadas por ele farão com que os alunos avancem cognitivamente, sendo para isso necessário sacrificar a quantidade de problemas em favor da qualidade de ensino” (p. 153).

Na continuidade, usando imagens de cenas da história e materiais manipulativos – papel impresso com sapatos desenhados, para pintar e recortar –, foram trabalhados problemas com as quatro operações, aqui ilustrados na Figura 7.



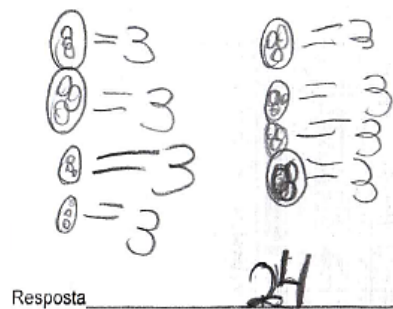
Figura 7: Resolvendo problemas.

Separar os pares de sapatos, contando cada vez que você pegar um par, e responder:

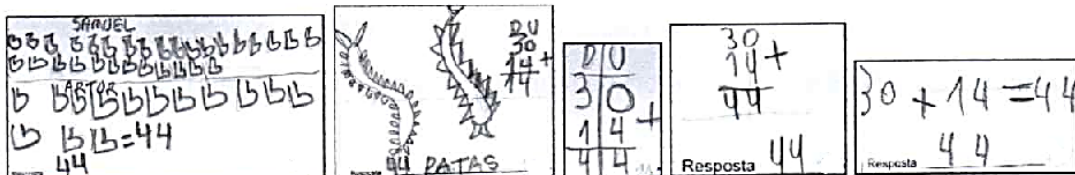
1. Quantas vezes você pegou um par?
2. Quantos sapatos você pegou de cada vez?
3. Se a centopeia tem 5 pares de sapatos, quantos sapatos ela terá ao todo?



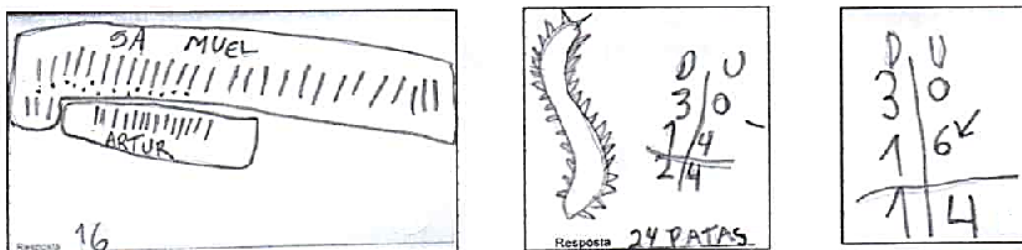
4. A Centopeinha comprou 8 pares de sapatos. Cada par custou 3 reais. Quanto dinheiro a Centopeia gastou?



5. O Samuel tem uma centopeia de borracha que tem 30 patas, e o Artur tem uma com 14 patas. Quantas patas elas terão juntas?

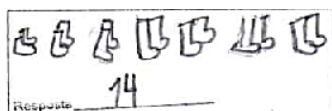


6. Se a centopeia do Samuel tem 30 patas e a do Artur 14, quantas patas a centopeia do Artur tem a menos que a do Samuel?





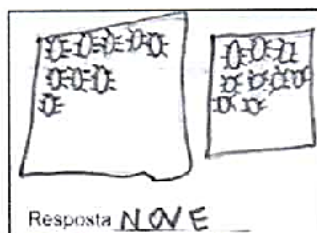
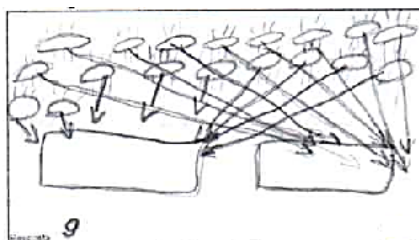
7. A Centopeia comprou 2 sapatos roxos, 2 sapatos amarelos, 2 sapatos azuis, 2 sapatos vermelhos, 2 sapatos pretos e 2 sapatos brancos. Quantos sapatos ela comprou?



$$2+2+2+2+2+2=14$$

$$7 \times 2 = 14$$

8. Um colecionador de insetos tem 18 centopeias para repartir igualmente em duas caixas. Quantas centopeias ele vai colocar em cada caixa?



$$18 \div 9 = 9$$

Resposta 9

Fonte: Arquivo da autora.

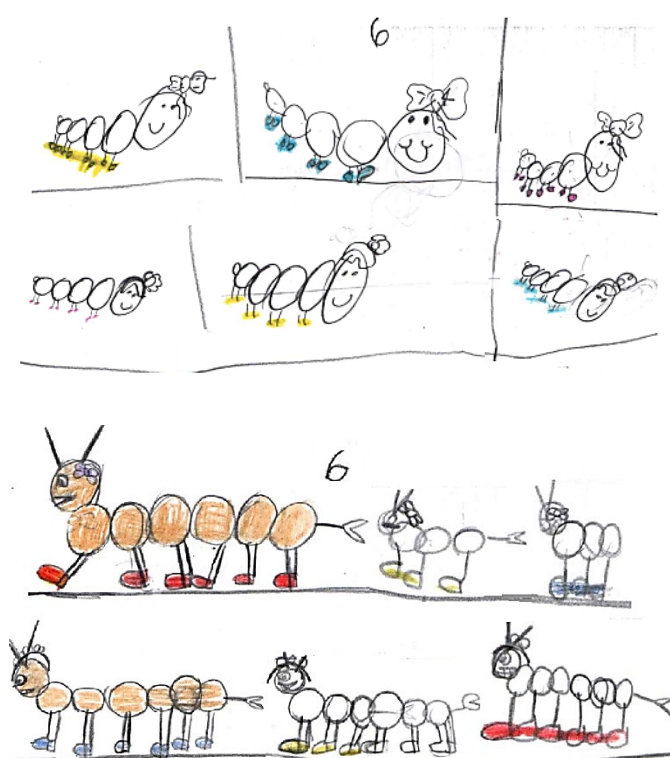
Nos problemas cuja operação era adição, boa parte da turma operava com o algoritmo convencional. Na subtração, vários operavam com o algoritmo convencional, ainda que não realizassem corretamente a técnica operatória. No caso da multiplicação e da divisão, a maioria dos alunos recorria às representações visuais – desenhos ou símbolos – para chegar às respostas. Apenas dois alunos operaram a divisão com o algoritmo convencional. A resposta foi correta, mas a técnica operatória não o foi totalmente.

Como sempre, as diferentes estratégias foram socializadas, e em nenhum momento trabalhamos com certo ou errado, mas com o entendimento do processo de raciocínio feito pelo aluno e do tipo de intervenção que precisaria ser feita para que ele avançasse em sua aprendizagem.

As próximas atividades trabalharam situações de multiplicação em configuração retangular e raciocínio combinatório, como as que são apresentadas a seguir na Figura 8.

Figura 8: Combinando sapatos e enfeites.

1. Você se lembra daquela Centopeinha que saiu para comprar sapatos? Pois bem. Os sapatos já ficaram velhos, e ela queria trocá-los. Mas, além de comprar sapatos novos, ela queria comprar também enfeites para sua cabeça. E lá foi ela para a loja escolher sapatos e enfeites. Ela escolheu sapatos de cores diferentes: vermelhos, amarelos e azuis. E comprou tiara e laço para enfeitar a cabeça. Agora ela está com um problema: como ela pode usar os sapatos e os enfeites?
Ajude a Centopeinha a descobrir de quantos jeitos diferentes ela pode combinar os sapatos com os enfeites.



Fonte: Arquivo da autora.

Essa foi uma atividade introdutória realizada no mês de outubro. Dos 17 alunos que a realizaram, apenas dois fizeram a representação coerente com a resposta numérica. Alguns intuíram que seriam 6 as possibilidades – um deles até explicou: “era porque eram três sapatos e dois enfeites e três vezes dois eram



seis” –, mas não representaram sistematicamente e não esgotaram todas as possibilidades.

Feito o diagnóstico, muitas atividades foram planejadas, diferentes estratégias e recursos foram usados para que os alunos avançassem na compreensão desse conceito. Outros problemas foram propostos (Figura 9):

Figura 9: Organizando sapatos na sapateira.

1. Dona Centopeia comprou uma sapateira nova para a Centopeinha guardar suas caixas de sapatos novos. A sapateira tem 6 prateleiras. Quando acabou de arrumar, a Centopeinha viu que couberam 5 caixas de sapatos em cada prateleira. Quantas caixas de sapatos a Centopeinha arrumou?



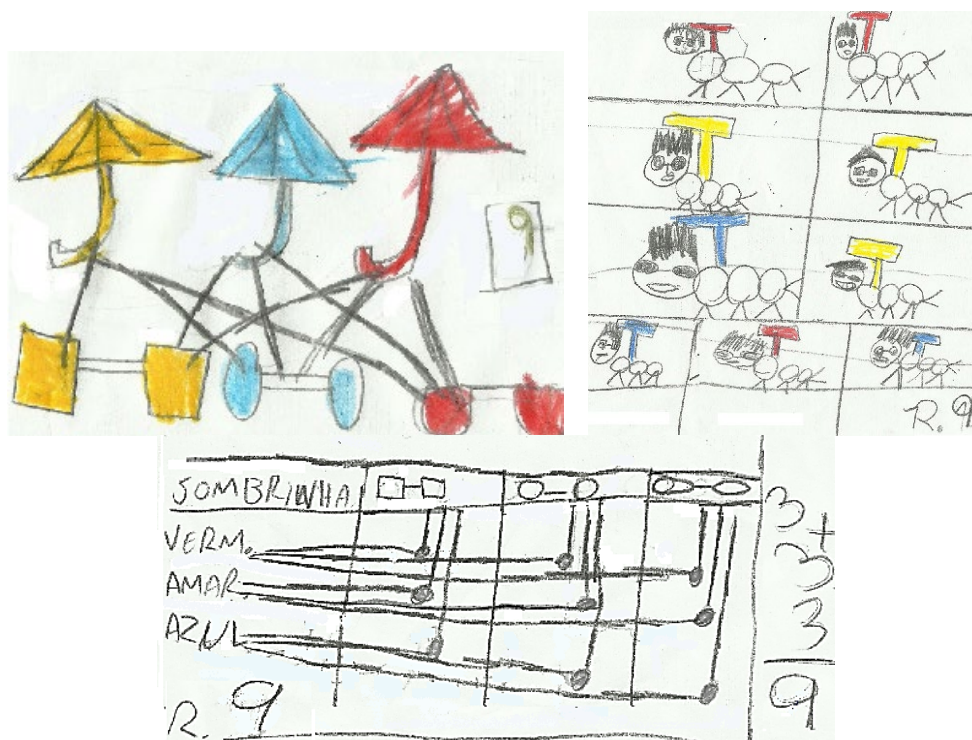
Fonte: Arquivo da autora.

Foram percebidos avanços da classe na questão da multiplicação como raciocínio combinatório. Um olhar para a Figura 10 permite essa constatação:

**Figura 10:** Combinando sombrinhas e óculos.

A Centopeinha gosta muito de passear, mas não gosta de tomar sol. Então ela usa sombrinhas e óculos de sol. Ela tem três sombrinhas: uma vermelha, uma amarela e uma azul. E ela tem três óculos com lentes em formatos diferentes e bem modernos: um de lentes quadradas, um de lentes redondas e um de lentes ovais.

De quantas maneiras diferentes a Centopeinha pode combinar as sombrinhas com os óculos?



Fonte: Arquivo da autora.

Observamos o recurso ao pictórico, ao diagrama com imagens e ao diagrama sem imagens. Ainda que não tenham usado o raciocínio multiplicativo, todos eles esgotaram todas as possibilidades de combinações.

Para concluir

O “Projeto Centopeia” atingiu seu objetivo, ou melhor, os alunos atingiram os objetivos que o projeto propôs e outros que surgiram a partir do seu desenvolvimento e do conhecimento que eles próprios traziam. A resolução de problemas foi trabalhada, entrelaçando, de maneira lúdica, conhecimentos de matemática e de outras disciplinas.



E, ao final, o trabalho com o raciocínio combinatório, considerado por muitos professores como difícil para o 2.º ano, encerrou o projeto “com chave de ouro”, pois mostrou que os alunos de 2.º são, sim, capazes de aprender as situações multiplicativas, além daquela que representa a soma de parcelas iguais.

Criar circunstâncias que levem os alunos a desenvolver o seu raciocínio matemático é um direito de aprendizagem e, portanto, um dever do ensino.

Referências

CAMARGO, Milton. *As centopeias e seus sapatinhos*. São Paulo: Ática, 2004. Disponível em: <https://alfabetizacaocefaproponteselacerda.blogspot.com/2014/01/as-centopeias-e-seus-sapatinhos.html?m=1>

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

DESAFIOS MATEMÁTICOS PARA MOTIVAÇÃO NA APRENDIZAGEM

Solange Loureiro POZZUTO
Prefeitura Municipal de Campinas – SME – Gemat
solangepozzuto@gmail.com

Introdução

Durante os meus primeiros anos do curso de Licenciatura Plena em Matemática na PUC-Campinas não almejava ser professora. Identificava-me com o curso, adorava a matemática, mas pretendia terminar a Licenciatura para em seguida cursar Análise de Sistemas. A docência não me atraía, embora quando aluna dos anos iniciais gostasse muito de ajudar meus(minhas) colegas nas atividades matemáticas. Sempre tive encantamento e facilidade em Matemática e não entendia o porquê da dificuldade e do medo de algumas pessoas. Já no último ano do curso a Professora Clayde Regina Mendes solicitou um trabalho, e o tema do meu grupo foi *“Por que os alunos não gostam de Matemática?”*. Durante a pesquisa o grupo constatou algo que me intrigou muito: que os(as) professores(as) não usavam jogos e/ou materiais manipulativos como meios de aproximar a matemática de seus alunos. E muitos(as) não usavam porque simplesmente não conheciam esses materiais.

No decorrer da minha formação tive contato com vários materiais manipulativos, alguns jogos e tecnologia da informação e comunicação (TIC), pude vivenciar uma maneira lúdica de trabalhar Matemática e cheguei à conclusão de que isso deveria estar presente em sala de aula. Todos(as) conseguem aprender matemática e gostar dessa disciplina, principalmente se ela for também apresentada de diversas formas. Então decidi lecionar como um desafio e utilizar, na minha prática, materiais manipulativos, jogos, TIC e outros recursos, com o objetivo de tornar o processo de ensino-aprendizagem de Matemática possível e prazeroso.



Quando iniciei, constatei que não era tão simples assim. As escolas não possuíam os materiais e, na questão das TIC, só dispunham da televisão e do aparelho de DVD. Comecei a pesquisar e montar alguns jogos com materiais recicláveis. Também usava esses materiais como material manipulativo, por exemplo, caixinhas, latas, pisos, conchas, etc. Desde então participo de várias oficinas sobre jogos, materiais manipulativos e afins.

Passei a compreender que a aula deve conter sempre um lado lúdico e desafiador para motivar o processo de ensino-aprendizagem. Como sempre declaro, a aula deve ser interessante e prazerosa tanto para o(a) professor(a) como para os(as) alunos(as). E quando estes produzem algo e atuam como protagonistas no processo de ensino-aprendizagem, se engajam e participam mais, e os resultados são positivos. Porém, se preciso de uma aula mais teórica, aceitam e envolvem-se como nas aulas com atividades lúdicas.

Há algum tempo participo de um Grupo de Estudos de Matemática (Gemat), no qual pesquisamos jogos, materiais manipulativos, TIC, desafios, entre outros assuntos. Sempre nos envolvemos em oficinas relacionadas a esses assuntos. Eu e mais duas integrantes do grupo participamos de duas oficinas na Faculdade de Educação da Unicamp, por ocasião da Semana Nacional de Ciência e Tecnologia, o que culminou na apresentação dos trabalhos desenvolvidos, no dia 20 de abril de 2018, no prédio do Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação (Imecc) na Unicamp. Das oficinas, além das reflexões sobre a práxis, levamos algumas ideias para trabalhar com os(as) alunos(as).

Descrição da atividade realizada

A partir da participação nas oficinas “Histórias do Homem que calculava” sobre Malba Tahan e outra sobre Tangram, ambas ofertadas pela Faculdade de Educação da Unicamp, surgiu a ideia de um trabalho sistematizado com os alunos através de “Desafios Matemáticos”.



Ao longo de quatro meses, ao menos uma vez por semana, os desafios foram explorados por alunos de 6.^{os} e 7.^{os} anos da Escola Municipal de Ensino Fundamental Prof.^a Clotilde Barraquet Von Zuben. Aproximadamente 150 alunos tiveram contato semanalmente com os seguintes desafios: “*Quadrado Mágico*”, “*Desafio dos Palitos*” e “*Descobrimdo a Idade*”. Os(as) alunos(as) envolveram-se muito com os desafios, e até hoje sempre aparecem com novos para serem explorados.

O objetivo principal era trabalhar de forma lúdica alguns conteúdos e, assim, motivar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Começamos pelo “*Quadrado Mágico*” 3 x 3 e 4 x 4 no caderno, depois o construímos utilizando papel cartão e tampinhas.

Para o “*Desafio dos Palitos*” usamos apenas palitos de fósforo. Tais desafios desenvolvem o raciocínio lógico, o cálculo mental, os desafios mentais, e aguçam a imaginação e a criatividade.

No “*Descobrimdo a Idade*” os(as) alunos(as) utilizavam o cálculo mental e uma atuação teatral, faziam suspense antes de declarar a idade da pessoa.

Segue um exemplo de cada:

Quadrado Mágico

Figura 1: Quadrados Mágicos.

1			4
	6	7	
	10	11	
13			16

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

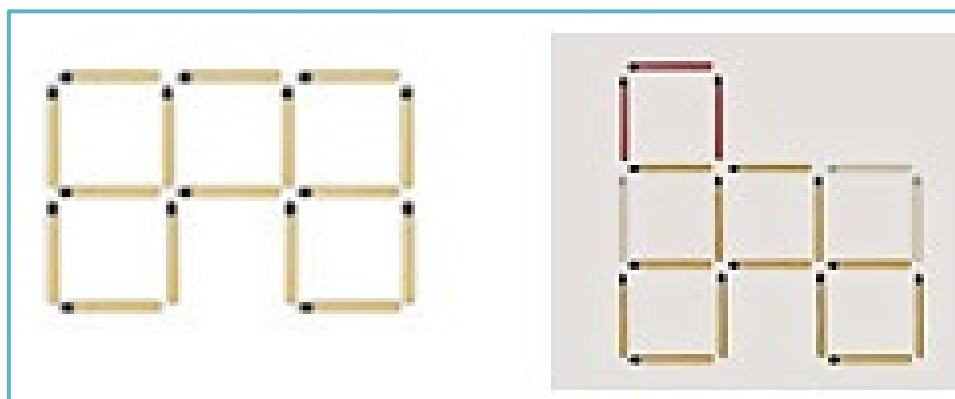
Fonte: Elaborado pela autora.



Desafio dos Palitos

Mova 3 palitos para formar apenas 4 quadrados.

Figura 2: Desafios dos palitos.



Fonte: Elaborado pela autora.

Descobrimos a Idade

Pergunte se a pessoa não se importa em revelar sua idade. Depois, dê a ela um papel e peça para fazer o seguinte:

1. Multiplicar o primeiro dígito da própria idade por 5 e depois somar 3.
2. Dobrar o resultado e somar o segundo dígito da própria idade.
3. Depois peça para a pessoa escrever o resultado e mostrar a você.
4. Finja fazer cálculos complicados, mas apenas subtraia 6 do resultado e você terá a resposta correta.

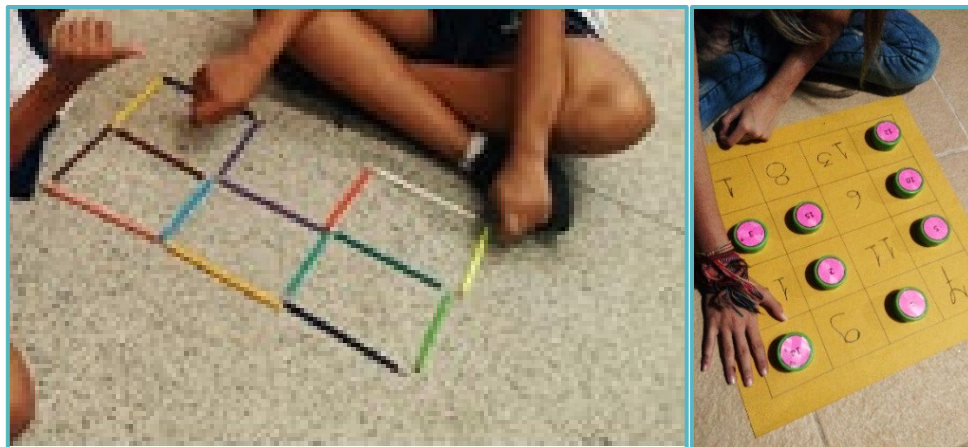
Para a Mostra na Unicamp no dia 20 de abril de 2018, no prédio do Imecc, foram em torno de cinco alunos(as) por sala. Ficaram encantados com a Unicamp, com o prédio do Imecc e com a Mostra. Tiveram a oportunidade de expor o que desenvolveram, de conhecer outros jogos e de trocar experiências com os(as) alunos(as) de outras escolas e cidades.

O trabalho com Desafios na escola e a Mostra contribuíram para motivar a aprendizagem e o interesse pela Matemática. Um recurso simples, que não



exigiu muito material, mas fez a diferença nas aulas e no comprometimento dos (as) alunos(as) no processo de aprendizagem.

Figura 3: Fotos dos alunos realizando as atividades.



Fonte: Arquivos da professora.

Referências

GOLDSMITH, Dr. Mike. **Treine seu cérebro e seja um Gênio da Matemática**. Rio de Janeiro: Ediouro, 2012.

KHAN ACADEMY. **Para todos os alunos, todas as salas de aula**. Resultados reais. Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/>. Acesso em: 10 nov. 2018.

MATEMÁTICA LÚDICA –

A Geometria no Tangram

Tania Regina Zieglitz SANTOS
Secretaria Municipal de Sumaré
taniareginazs@hotmail.com

Introdução

A Geometria se constitui em uma importante área de estudos da Matemática. Por isso, faz-se necessário trabalhar com os alunos, desde o início da escolarização, com as noções geométricas que levem os estudantes a desenvolver habilidades, tendo em vista construir conceitos importantes para o entendimento de aspectos da Geometria, com a qual terão contato futuramente.

Nos anos iniciais, uma das formas de desenvolver essas noções geométricas com os estudantes é por meio de jogos e atividades lúdicas, que estimulam a percepção de semelhanças e diferenças, a observação e também a identificação de regularidades e irregularidades existentes nas formas geométricas.

A exploração e a manipulação de objetos contribuem com o desenvolvimento dos conceitos geométricos. Também os jogos com as formas geométricas enriquecem as atividades em sala de aula e possibilitam a aprendizagem de maneira lúdica e significativa. Esses jogos despertam interesse nas crianças e possibilitam a vivência e a aprendizagem de conceitos, estimulados pela visualização.

Dentre eles, o Tangram se constitui em uma rica proposta de análise e reflexão sobre algumas formas geométricas que o compõem. É organizado com sete peças: um quadrado, um paralelogramo e cinco triângulos. Todas elas se encaixam como um quebra-cabeça, na forma de um quadrado. Não se sabe exatamente qual a origem desse jogo, nem há quanto tempo foi criado, porém muitas histórias são contadas acerca dele.



O desafio do Tangram é formar figuras usando todas as sete peças. Podem-se formar figuras geométricas, figuras que lembrem animais, pessoas, letras, números, figuras abstratas, entre outras. Para o estudo específico de aspectos que envolvem a geometria, destacam-se a exploração das características das peças do Tangram; a observação das semelhanças e diferenças entre o triângulo, o quadrado e paralelogramo; e a comparação do tamanho dos triângulos.

O Tangram surge ainda como possibilidade de desenvolver outros conceitos, como probabilidade, porcentagem, fração e decimais, além da realização de cálculos acerca da área e do perímetro das peças.

É interessante destacar ainda que, com o Tangram, podem-se estabelecer conexões com outras áreas do conhecimento, como História e Geografia, quando se aborda a história do quebra-cabeça, e Língua Portuguesa, quando se registram as histórias criadas com as figuras formadas com as peças do Tangram.

Sendo assim, na perspectiva de contribuir com o ensino e a aprendizagem de algumas noções que envolvem a geometria é que apresento uma experiência realizada com professores, utilizando como recurso o Tangram, o qual possibilita a manipulação das peças desse quebra-cabeça e a reflexão sobre as formas geométricas.

A atividade que descrevemos aqui foi apresentada na oficina “Matemática Lúdica – a Geometria no Tangram”, oferecida para professores que ministram aulas na Educação Infantil e no Ensino Fundamental I. Tendo ocorrido em maio de 2017, no espaço do Museu Dinâmico de Campinas, em decorrência da “Semana Nacional da Matemática”, nesse evento também foram apresentadas outras oficinas com temas matemáticos, organizadas pelos participantes do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais – Gepemai, com a coordenação de Sergio Lorenzato. Participaram da oficina em destaque 15 professores, que ministravam aulas em escolas municipais de Campinas.



Descrição da atividade realizada

A oficina “Matemática Lúdica – a Geometria no Tangram” teve como finalidade refletir acerca da própria prática pedagógica, trocar experiências com professores que ensinam matemática e compartilhar estratégias que abordam o ensino de geometria a partir de situações lúdicas. As Figuras 1 a 5 ilustram momentos das atividades realizadas pelos professores e o produto de cada proposta.

Figura 1: Montagem de figuras com Tangam.



Fonte: Arquivo da autora.

Figura 2: Ilustração das peças do Tangram



Fonte: Arquivo da autora.

O tema focado nas atividades da oficina foi o estudo de polígonos, destacando as características das figuras planas que compõem o Tangram, através de situações problema.

Figura 3: Ilustrando história com figuras de gatos.



Fonte: Arquivo da autora.



Na perspectiva de explorar os conceitos de geometria já descritos, a proposta possibilitou a realização de atividades com professores da Educação Infantil ao 5.º ano do Ensino Fundamental.

Para a Educação Infantil, o 1º e o 2º anos, foi proposto o estudo das características das figuras planas das peças do Tangram – quadrado, triângulos e paralelogramo, com a montagem de figuras de gatos e a ilustração do texto literário *Era uma vez um gato xadrez*, de Bia Villela.

Para o 3.º ano, foi sugerido o estudo das semelhanças e diferenças entre os triângulos, o paralelogramo e o quadrado que compõem o Tangram, além da identificação de suas características.

Para o 4.º ano foi indicado o estudo do perímetro, utilizando as peças do quebra-cabeça.

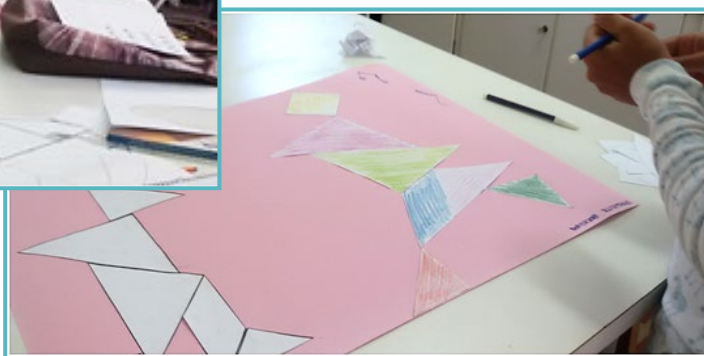
No que se refere ao 5º ano, foi apontado o estudo de área com as figuras planas do Tangram.

Figura 4: Recorte das peças do Tangram.



Fonte: Arquivo do autor.

Figura 5: Figuras com Tangram.



Fonte: Arquivo da autora.

Dentre as atividades trabalhadas na oficina, já mencionadas, destacamos neste momento o estudo da área do quadrado, do paralelogramo e dos triângulos que compõem o quebra-cabeça, com os seguintes objetivos:



- ▶ Apresentar as peças do Tangram e calcular a área de cada uma delas, tendo como medida padrão o quadrado.
- ▶ Retomar o conceito de área.
- ▶ Obter a área das peças do Tangram, observando as medidas do quadrado.
- ▶ Estimar a área de cada uma das peças do Tangram.
- ▶ Calcular a área do Tangram como um todo.

É interessante observar que os objetivos elencados se referem à habilidade “EF05MA19”, descrita na *Base Nacional Curricular Comum*¹⁶, que propõe: “Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais”.

Para o desenvolvimento das atividades com os professores na oficina, foi proposta uma sequência didática organizada em três etapas, conforme descrevemos a seguir. Essa sequência didática apresenta orientações para o professor e também para o desenvolvimento dessas atividades com os estudantes.

Na primeira etapa, a sugestão é que o professor realize as atividades com os estudantes organizados em duplas. Para iniciar, o quebra-cabeça deve ser distribuído para as duplas, tendo em vista a exploração de todas as peças pelos estudantes, e deve ser solicitado que formem figuras. É importante que o professor promova uma exposição das figuras criadas.

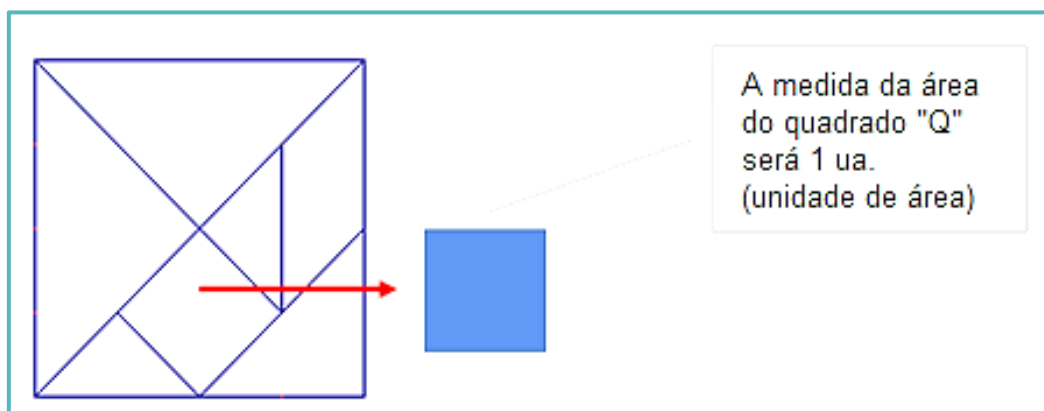
Para o desenvolvimento da segunda etapa, o professor pode organizar os estudantes em pequenos grupos. É fundamental que ele proponha inicialmente a observação de cada peça do Tangram e em seguida destaque uma delas como unidade de medida para comparação; neste caso, usamos o quadrado do Tangram. Consideramos, então, que a medida da área desse quadrado

¹⁶ Habilidade descrita na *Base Nacional Comum Curricular*, para o 5º ano do Ensino Fundamental I, em Matemática.



denominado¹⁷ “Q”, seja 1, que corresponde a uma unidade de área. A Figura 6 revela essa tarefa.

Figura 6: Medida do quadrado “Q”.



Fonte: Arquivo da autora.

Em seguida, o professor propõe aos estudantes que resolvam alguns desafios a partir da medida da área do quadrado e lança para a turma os questionamentos seguintes:

- ▶ *Quais peças do quebra-cabeça podemos usar para formar o quadrado “Q” (peça utilizada como medida)?*
- ▶ *E para formar o triângulo médio?*
- ▶ *E o paralelogramo?*
- ▶ *E para formar o triângulo grande?*

Cabe destacar que é importante, no desenvolvimento das atividades com os estudantes, que o professor propicie um momento para os alunos analisarem as formas que compõem o Tangram, a fim de posteriormente poderem elaborar estratégias pessoais para resolver as questões propostas. Após as discussões realizadas pelos estudantes, é interessante que o professor socialize os

¹⁷ Medida da área do quadrado adaptada da atividade 1, item 5, da proposta elaborada por Daiane Alves, Gislaïne Gaidessi e José Maria Teles de Carvalho Junior, apresentada no do artigo “O uso do tangram para aprendizagem de geometria plana”. Disponível em: <https://tcconline.utp.br/wp-content/uploads/2012/05/O-USO-DO-TANGRAM-PARA-APRENDIZAGEM-DE-GEOMETRIA-PLANA.pdf>.



apontamentos e comente as descobertas feitas e os aspectos que envolvem as formas geométricas em foco.

Algumas questões podem ser propostas, para que os estudantes reflitam acerca de outras maneiras de organizar as próprias formas geométricas que compõem o Tangram e de discutir sobre o cálculo da área de cada forma organizada. Assim, por exemplo:

Podemos formar o quadrado “Q” com dois triângulos pequenos. Considerando que a área do quadrado é 1, a área de cada triângulo pequeno será de $\frac{1}{2}$.



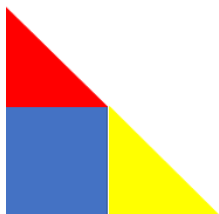
Logo, a área do triângulo será igual à soma das áreas dos dois triângulos pequenos, isto é $2 \text{ vezes } \frac{1}{2} = 1$.

O paralelogramo podemos formar também com os dois triângulos pequenos. Assim, a área do paralelogramo será igual à soma das áreas dos dois triângulos pequenos, ou seja, $2 \text{ vezes } \frac{1}{2} = 1$.



O triângulo grande pode ser formado considerando algumas possibilidades. Observe:

Dois triângulos pequenos e o quadrado.



O paralelogramo e dois triângulos pequenos.

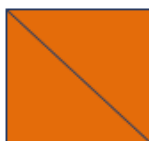


Então, a área do triângulo grande será correspondente a $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 = 2$.

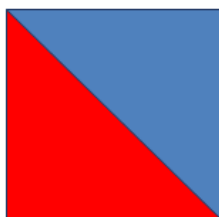
É fundamental, ainda, que o professor permita que os estudantes discutam outras possibilidades de encontrar mais soluções.

Na terceira etapa, após os estudantes terem realizado o cálculo da área de cada peça que compõe o Tangram, o professor pode propor o cálculo da área de quadrados formados, utilizando-se de algumas peças do quebra-cabeça:

Dois peças do Tangram:



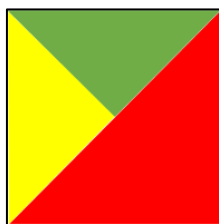
Dois triângulos pequenos. A área será correspondente à do quadrado “Q” do Tangram, isto é, igual a 1.



Dois triângulos grandes. A área será igual a duas vezes o valor da área do triângulo grande, que é 2. Logo, a área será igual a 4.



Três peças do Tangram:



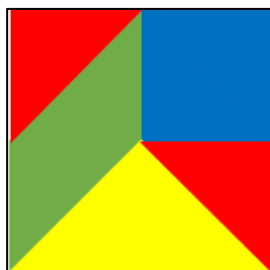
A área será igual à soma das seguintes áreas: do triângulo médio + 2 vezes a área do triângulo pequeno, ou seja, $1 + 2 \text{ vezes } \frac{1}{2} = 2$.

Quatro peças do Tangram:



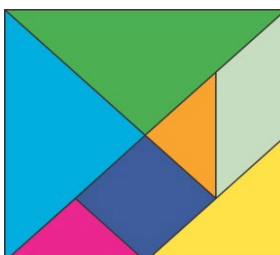
Para qualquer uma das propostas, temos a área igual a $2 + 1 + 2 \text{ vezes } \frac{1}{2} = 4$.

Cinco peças do Tangram:



A área será igual a $1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4$.

As sete peças do Tangram:





A área do quadrado formada pelas peças do Tangram será igual a $2 + 2 + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 8$.

No desenvolvimento dessa sequência didática, é importante que o professor promova a troca de ideias na turma acerca das resoluções realizadas, o que se constitui em momento interessante de aprendizagem e reflexão.

A proposta desta sequência didática permite que os estudantes observem e comparem a área das peças do Tangram a partir da medida de uma delas e identifiquem, nas figuras construídas, as respectivas áreas, através de cálculos simples e sem as fórmulas tradicionais. Os estudantes manipulam as peças do quebra-cabeça, comparam seus lados e tamanhos, elaboram estratégias de resolução de desafios e calculam a área do quadrado, do triângulo e do paralelogramo.

Também cabe ressaltar a importância de utilizar estratégias lúdicas e material manipulativo para a construção de conceitos matemáticos, como no caso da sequência apresentada, em que a aprendizagem do cálculo de área de formas planas se torna mais significativa para os estudantes.

A oficina “*Matemática lúdica – a geometria no Tangram*”, realizada com os professores, se constituiu em um momento rico de vivência, de exploração das formas geométricas que compõem o Tangram e também de troca de experiências. Os professores participantes fizeram algumas observações importantes para o desenvolvimento das noções de área com os estudantes, quanto à sequência didática e às atividades apresentadas:

A manipulação dos triângulos, do quadrado e do paralelogramo que compõem o Tangram possibilita que o estudante analise e compare as características, as semelhanças e as diferenças dessas formas geométricas.

O cálculo da área das formas geométricas (triângulo, quadrado e paralelogramo) pode ser realizado a partir da correspondência de uma unidade de medida estipulada a partir das próprias peças do Tangram, sem a necessidade



de fórmulas para o cálculo da área. Os cálculos propostos se tornam desafiadores e significativos para os estudantes.

A aprendizagem do cálculo da área do triângulo, do quadrado e do paralelogramo através das peças do Tangram possibilita que os estudantes compreendam como se calcula a área de forma visual e entendam futuramente a fórmula empregada para calcular a área dessas formas geométricas.

Desse modo, podemos destacar a importância do uso de jogos ou atividades com materiais manipulativos para a aprendizagem das noções que envolvem a geometria. Alguns conceitos se tornam complexos para os estudantes quando são apresentados cálculos a partir de fórmulas, porém a aprendizagem passa a ser significativa e prazerosa quando ocorre com a manipulação de objetos ou materiais diversos.

Referências

ALVES, Daiane Cristina; GAIDESKI, Gislaine; CARVALHO JUNIOR, José Maria. **Uso do tangram para aprendizagem de geometria plana**. 2010. Disponível em: <http://tcconline.utp.br/wp-content/uploads/2012/05/O-USO-DO-TANGRAM-PARA-APRENDIZAGEM-DE-GEOMETRIA-PLANA.pdf>. Acesso em: 14 fev. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/ SEF, 2018.

MINICURRÍCULO DOS ORGANIZADORES

Rosana Prado BIANI

Professora nos anos iniciais do Ensino Fundamental na rede municipal da cidade de Paulínia. Possui Magistério pela Escola Normal Carlos Gomes, Pedagogia pela Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp); Mestrado na área de Ensino, Avaliação e Formação de Professores (FE/Unicamp); Especialização em Matemática para professores da Educação Infantil e do Ensino Fundamental pelo Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (Imecc/Unicamp). É membro do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (Gepemai), da FE/Unicamp, desde 2009. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Ensino-Aprendizagem e Formação de Professores para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Sergio LORENZATO

Professor Colaborador na Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas/Unicamp. Possui Licenciatura em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro (Unesp); Mestrado em Educação pela Universidade de Brasília/UnB; Doutorado em Ciências Humanas pela FE/Unicamp – área de Metodologia do ensino da Matemática; Pós-doutorado em Educação Matemática pela Université Laval (Canadá). Tem experiência em Educação Matemática, direcionada para a formação inicial e continuada de professores de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, com ênfase nos temas matemática visual, metodologia do ensino, prática docente e aprendizagem significativa. Coordena o Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (Gepemai), da FE/Unicamp, desde 2009.

Conceição Aparecida Cruz LONGO

Doutoranda em Educação pela Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, na linha de pesquisa em Educação Matemática. Mestre em Educação, com linha de pesquisa em Educação Matemática, pela Universidade Estadual de Campinas-Unicamp. Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de São Paulo (Unesp). É membro do grupo de Pesquisa GPEFCom - Grupo de Pesquisa Formação Compartilhada de Professores: Escola e Universidade. Aposentada como professora da Prefeitura Municipal de Paulínia (SP), atua em programas de formação de professores dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. Participa do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Práticas Formativas e Educativas em Matemática (Gepraem) da Universidade Federal de São Carlos-UFSCar - *campus* de Sorocaba e do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática dos/nos Anos Iniciais (Gepemai) da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Formada em 2018 em Pedagogia, pela Universidade Cruzeiro do Sul.

MINICURRÍCULO DOS AUTORES

Adriana Franco de Camargo AUGUSTO

Mestre em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas). Licenciada em Pedagogia pela Universidade de Franca – Unifran. Especialista em Matemática pelo Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Unicamp (Imecc/Unicamp). Psicopedagoga pela Universidade Cruzeiro do Sul (Unicsul). Professora efetiva de Matemática do Ensino Fundamental II e formadora de professores da Prefeitura do Município de Valinhos.

Keli Cristina CONTI

Licenciada em Matemática e Pedagogia. Mestrado e doutorado em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Professora da Faculdade de Educação (FaE) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG).

Adilson Pedro ROVERAN

Ciências com Licenciatura Plena em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas). Mestrado em Matemática – Mestrado Profissional em Matemática (Profmat), pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Professor nos Anos Finais do Ensino Fundamental e de Ensino Médio pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (Seduc-DE Oeste/Campinas). É membro do Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores (Psiem-Gepemai).

Apolo Rubens CAMARGO

Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP), jul./2007-dez./2008. Bacharelado em Matemática Aplicada pela Universidade de São Paulo (USP), mar./2004-jun./2007 (transferência para Licenciatura). Atua como professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. É membro do Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores (Psiem-Gepemai).

Bruno Damien da Costa Paes JÜRGENSEN

Doutor em Educação pela Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp) (Currículo, Avaliação e Docência). Licenciado em Ciências Exatas - Habilitação em Matemática – pela Universidade de São Paulo (USP). Atualmente é professor do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico do Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais - *Campus* Santos Dumont. Atua nos cursos técnicos, técnicos integrados, na graduação (Licenciatura em Matemática) e na pós-graduação (Práticas Pedagógicas na Educação Contemporânea).

Cintia Marques Pinho FORTE

Licenciatura em Pedagogia pela Universidade Paulista (Unip). Graduação em Artes Visuais pelo Centro Universitário Claretiano. Especialização em Alfabetização e Letramento pela Faculdade de Venda Nova do Imigrante (Faveni). Professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental e professora de apoio na Educação Especial na rede municipal da cidade de Paulínia.

Conceição Aparecida Cruz LONGO

(Organizadora).

Cristiane Mininel DA SILVA

Mestrado em Educação pela Universidade Feral de São Carlos (UFSCar). Especialização em Mídias digitais na Educação pela UFSCar. Pedagogia pela Universidade Paulista (Unip). Professora dos Anos Iniciais da Educação Fundamental em Piracicaba, SP. Membro do Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores (Psiem-Gepemai), da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Membro do Grupo de Pesquisa Formação Compartilhada de Professores – Escola e Universidade – (GEPEFCom), da UFSCar.

André Luis NOVAES

Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Mestrado profissional – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat), pela Unicamp. Atua como professor nos anos finais do Ensino Fundamental na rede da Secretaria Municipal de Educação de Campinas.

Domenico GALLICCHIO Neto

Graduação em Matemática na Universidade São Francisco e Mestrado em Educação na Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas). Especialização em Matemática do Ensino Médio no Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas (Imecc/Unicamp). Especialização em Ciências/Matemática dos Anos Iniciais Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp). Professor de Matemática aposentado pela Secretaria de Educação da Prefeitura Municipal de Campinas desde 2019, tendo atuado como professor de matemática dos anos finais e Ensino Médio, nas redes públicas e particulares de ensino, por 32 anos.

Eliane de Abreu Souza LEPESTEUR

Graduação em Estatística pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (Uerj). Graduação em Ciências Atuariais pela Sociedade Unificada de Ensino Superior e Cultura (Suesc) e Licenciatura em Matemática pela Universidade Cândido Mendes (UCAM). Pós-graduação *Lato Sensu* em Docência Superior pela Faculdade Béthencourt da Silva (Fabes). Professora de Matemática da Rede Municipal de Campinas, desde 2010, atuando no Ensino Fundamental II. Integrante do Grupo de Estudos de Matemática (Gemat) da Secretaria Municipal de Educação de Campinas, onde estuda metodologias diferenciadas para o ensino de matemática.

Gisele Silva da Costa CARDOZO

Magistério na Escola Estadual “Culto à Ciência”, em 1988. Graduação em Pedagogia pela Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp), em 1995. Graduação em Letras pela Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas), em 2010. Especialização em Metodologia do Ensino de Língua Portuguesa e Estrangeira pelo Centro Universitário Internacional (Uninter), em 2019. Iniciou a carreira

como docente no Ensino Fundamental I - séries iniciais, da Rede Estadual de São Paulo, em 1988, permanecendo até 1996. Atuou também como professora de Redação no curso Pré-Vestibular da Fundação de Pesquisas, Estudos Sociais e Políticas Públicas (Fuppesp), de 2004 a 2006, e como professora de Língua Portuguesa no Ensino Fundamental II e Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo, em 2011 e 2012. Atua como professora do Ensino Fundamental I - séries iniciais, na Rede Municipal de Paulínia, desde 1997.

José Galhardo Leite de MORAES

Licenciado em Matemática (1991 – 1994) e Mestre em Matemática (2008 – 2012), ambos pelo Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas (Imecc/Unicamp). Lecionou Matemática para alunos de Ensino Fundamental 2 (EF2) e Ensino Médio (EM) nas redes Estaduais de Minas Gerais e São Paulo, EF2 nas redes Municipais de Extrema (MG) e Vargem (SP). Atualmente leciona nos Cursos de Licenciatura em Matemática e Técnico Integrado ao Ensino Médio no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP) – *Campus Bragança Paulista*. Membro do Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Psiem-Gepemai, da FE/Unicamp).

Letícia Harumi Moraes Yamashita KAWAHAMA

Licenciatura em Matemática pela Faculdade Atibaia. Especialização em Língua Brasileira de Sinais (Libras). Atualize Promotora de Cursos de Pós-Graduação. Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal, *campus* São Paulo. Professora dos Anos Finais e Ensino Médio da Rede Pública Estadual de São Paulo. Membro do Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Psiem-Gepemai da FE/Unicamp).

Michele Rocha GERAGE

Licenciada em Pedagogia pela Universidade de Atibaia (Unifaat/Atibaia). Especialização em Matemática para os anos iniciais do EF pela Faculdade Campos Elíseos, de São Paulo. Atua como professora dos Anos Iniciais do EF no município de Piracaia e na Unidade do Colégio COC de Atibaia.

Luis Eduardo CORRÊA

Licenciatura em Matemática pela Universidade Virtual do Estado de São Paulo (Univesp). Técnico em Edificações e Técnico em Mecânica pela Escola Técnica Estadual (Etec) José Martiniano da Silva. Atua como técnico em fabricação de papel na International Paper. Foi responsável pelo ajuste de qualidade e produção de papel de 1994 a 2020.

Márcia Cristina Tognete ROCHA

Magistério pelo Colégio Carlos Gomes, Campinas (1995). Graduação em Normal Superior pelo Centro Universitário Herminio Ometto, de Araras (2005). Concluiu Gestão Escolar pelo Instituto Brasileiro de Formação - Faculdade UniBF (2019) e Mestrado em Educação pela Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp). Tem experiência na área de Educação Básica desde 1994. Atuou como Professora Alfabetizadora na Rede Estadual de Ensino - Região Campinas/Leste (1994-2005). Em 2007 assumiu o cargo de Professora I, concursada na Rede Municipal de Sumaré. Atualmente é Diretora do Centro de Formação de Educadores do Município de Sumaré (Cefem/Sumaré). Membro do Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores (Psiem-Gepemai da FE/Unicamp).

Natália Cristina GERALDO

Cursou Pedagogia pela Faculdade Network. Especialização em Gestão Escolar pela Universidade de São Paulo (USP). Especialização em andamento em As Áfricas e suas Diásporas, pela Universidade Federal de São Paulo – Unifesp. Professora dos Anos Iniciais/EF na Escola Estadual André Rodrigues de Alkmin, Estado de São Paulo. Membro do Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores (Psiem-Gepemai), da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp).

Paulo César da PENHA

Formado em Ciências com Habilitação Plena em Matemática, pela Universidade São Francisco. Mestre em Educação pela mesma Universidade. Atua na Rede Pública e Privada no município de Itatiba-SP.

Ricardo Benedito DE OLIVEIRA

Licenciado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), Mestre em Ensino e História da Ciência e da Matemática pela Universidade Federal do ABC. Professor do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio da Rede Pública de Educação do estado de São Paulo (2013-2019). Membro do Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores (Psiem-Gepemai) da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp).

Carla Beatriz Inácio OLIVEIRA

Técnica em Edificações pelo Instituto Federal de Ciência e Tecnologia São Paulo (IFSP). Tecnóloga em Construção Civil pela Faculdade de Educação SP (Fatec), onde foi Monitora da disciplina Desenho Técnico. Atualmente graduanda em Engenharia pelo IFSP São Paulo, onde participa de projetos de Iniciação Científica.

Rodrigo Donizete SERRA

Doutorando em Educação pela Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp). Mestre em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) – Sorocaba –, linha de pesquisa Formação de Professores, e licenciado em matemática. Professor e coordenador de Matemática há 20 anos no Ensino Médio. Autor de capítulos de livro didático para a Oxford University Press. Membro do Grupo de Pesquisa Psicologia da Educação Matemática e Formação de Professores (Psiem-Gepemai), da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp), e do Grupo de Educação Matemática (GEM), da UFSCar. Professor da Especialização em Neuroaprendizagem: Neurociência, Metodologias e Tecnologias da Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas). É professor e coordenador nacional de cursos de Pós-Graduação em Metodologias Ativas, Inovação em Educação e da pós-graduação em Avaliação das Aprendizagens. Formador de Professor,

palestrante e consultor pedagógico na área de Planejamento de Ensino, Avaliação das Aprendizagens, Educação Financeira, Planejamento de Carreira e Educação Matemática.

Rosana Prado BIANI

(Organizadora)

Solange Loureiro POZZUTO

Mestranda em Educação pelo Programa de Pós-Graduação da Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas). Licenciatura Plena em Matemática pela PUC-Campinas. Pedagogia pela Universidade Metropolitana de Santos (Unimes). Especialização em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas). Especialização em Gestão Estratégica e Políticas Públicas pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Professora na Rede Estadual de São Paulo desde 1996, na Rede Municipal de Campinas desde 1998 e na Faculdade Anhanguera desde 2013. Integrante do Grupo de Estudos de Matemática (Gemat), da Rede Municipal de Campinas. Conselheira Estadual do Sindicato dos Professores do Ensino Oficial do Estado de São Paulo (Apeoesp). Coordenadora do Fórum Municipal de Educação de Campinas. Membro do Conselho Municipal de Educação de Campinas.

Tania Regina Zieglitz SANTOS

Graduada em Pedagogia (Faculdade de Ciências e Letras Plínio Augusto do Amaral), com Mestrado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas). Especialização em Psicopedagogia pelo Centro Universitário Salesiano de São Paulo (Unisal) e na Teoria Social cognitiva em contextos educacionais (Universidade Estadual de Campinas). Professora da Educação Infantil, do Ensino Fundamental I e do Ensino Superior, atuando na formação continuada de professores.

